



PROYECCIONES MACROECONÓMICAS EN CHILE: UNA APROXIMACIÓN ESTRUCTURAL Y BAYESIANA*

Carlos J. García**
Pablo González M.***
Antonio Moncada S.****

Al iniciar mi carrera, no apreciaba la importante diferencia entre el pensamiento bayesiano y el clásico. Por eso no defendí los puntos de vista bayesianos... me parecían irrelevantes. Con el tiempo comprendí que marcaban una gran diferencia...

Christopher A. Sims¹

I. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este artículo es analizar si la introducción de información fuera de la muestra tanto en la estructura² de modelos económicos como en la estimación de sus parámetros (econometría bayesiana) mejora las proyecciones de variables macroeconómicas claves en Chile³.

Tomamos como comparador, para evaluar las proyecciones, modelos que tradicionalmente se usan en los bancos centrales. Así, en los registros de estas instituciones, se puede distinguir al menos tres grupos de modelos de proyección de variables económicas, todos en general lineales. El primer grupo considera modelos reducidos del tipo nekeynesiano con expectativas racionales, es decir son modelos IS-LM pero "ampliados" con expectativas racionales en la derivación de la curva de Phillips y la determinación del tipo de cambio, en el caso de considerar una economía

* Se agradece a Francisco Acosta y Ernesto Pastén por su colaboración en los comienzos de este proyecto. Se agradece también la colaboración como asistente de investigación a Daniel Leiva. El documento mejoró sustancialmente por los comentarios de dos árbitros anónimos de Economía Chilena. Sin embargo, todos los errores y opiniones que aparecen en este artículo son de nuestra exclusiva responsabilidad.

** Ilades/Georgetown University y Universidad Alberto Hurtado. E-mail: cgarcia@uahurtado.cl.

*** Ilades/Georgetown University y Universidad Alberto Hurtado. E-mail: pablogon@uahurtado.cl

**** Banco BCI. E-mail: amoncad@bci.cl

¹ Entrevista con Lars P. Hansen. Véase Samuelson y Barnett (2007).

² La incorporación de más estructura microeconómica en los modelos macroeconómicos ha sido una preocupación constante de los economistas desde la aparición de las expectativas racionales a principios de los setenta con Lucas (1973), los cuales han sido resueltos usando diferentes técnicas numéricas (Dejong y Dave, 2011).

³ La estimación de los parámetros de estos modelos a través de priors es parte esencial de lo que se conoce como econometría bayesiana, en contraposición con técnicas econométricas donde las restricciones se concentran esencialmente en la estructura, más que en los parámetros (máxima verosimilitud, método generalizado de momentos, etc.). La econometría bayesiana para los modelos macro, propuesta inicialmente por Zellner (1971) y Leamer (1978), es un camino intermedio entre la técnica de calibración, propuesta por Kyndland y Prescott (1982) para los modelos de ciclos reales (RBC), y la econometría más tradicional construida en torno al método de máxima verosimilitud.

abierta. El segundo grupo de modelos contempla una metodología econométrica que mejora los tradicionales modelos VAR incorporando información fuera de la muestra, conocidos como VAR bayesianos (o BVAR). En la estimación de un BVAR se impone una serie de restricciones de naturaleza probabilística para mejorar la estimación y así las proyecciones. Estas restricciones no reflejan principios derivados de la teoría económica, sino consideraciones más bien sensatas de los investigadores, sin teoría, y asociadas con nociones de tipo puramente estadístico.

En contraste con los modelos anteriores, un tercer grupo considera explícitamente muchos de los fundamentos microeconómicos que se han desarrollado en las últimas décadas en la teoría macroeconomía dinámica para explicar el ciclo económico. Los modelos de esta clase son conocidos como “modelos dinámicos estocásticos de equilibrio general” (o DSGE). Estos modelos incorporan una estructura económica mejor fundamentada —como las ecuaciones de Euler— para definir la dinámica del consumo y la inversión, rigideces de precios y salarios, utilización endógena de capital, bancos, y costos de ajuste, entre otros. Así, estos modelos poseen una gran riqueza estructural para contar “historias”. Si bien en los años ochenta y noventa esto ya era conocido por los macroeconomistas, los DSGE eran difíciles de implementar en los bancos centrales tanto por las dificultades técnicas para resolver estos modelos, como por los problemas para introducir supuestos más realistas para explicar el ciclo económico. Recién desde la década pasada, los DSGE se han popularizado por los avances computacionales que han permitido un desarrollo más armónico entre academia y práctica.

En este artículo realizamos una evaluación de estos tres grupos de modelos (todos lineales) de proyección de variables económicas a través de un número importante de proyecciones fuera de muestra (dos años). Se contó con una muestra trimestral desde 1996.I a 2011.II. Las variables macroeconómicas seleccionadas para la economía chilena son la brecha del producto, la brecha del tipo de cambio, la tasa de política monetaria y la inflación. La principal conclusión de este trabajo es que un modelo del tipo DSGE que utilice fundamentos microeconómicos explícitos produce proyecciones tan buenas como un modelo de series de tiempo tradicional, las que además parecieran ser claramente superiores a las logradas con modelos reducidos neokeynesianos. Además, la incorporación de *priors* específicos sobre los parámetros del modelo DSGE estimado logra mejores proyecciones sobre la inflación, variable clave para la política monetaria, y la TPM que el mismo modelo donde los parámetros no tienen ninguna restricción a priori (o *prior* difusos).

Más específicamente, las conclusiones de este artículo indican que los DSGE entregan proyecciones similares a los BVAR en un horizonte de un año para la inflación, la brecha del PIB y la TPM; los *priors* son útiles solo si provienen de modelos bien fundamentados. Por ejemplo, los modelos neokeynesianos reducidos sin una estructura clara entregan los peores resultados. Sin embargo, ninguno de los modelos multivariados, incluido el BVAR, supera a los modelos univariados en las proyecciones de la brecha del tipo de cambio real (*puzzle* de Meese-Rogoff). Sin duda este es uno de los mayores desafíos de la nueva generación de modelos DSGE para realizar proyecciones razonables en economías abiertas como la chilena.

Este trabajo, en lo que sigue, se estructura de la siguiente manera: en la sección II se realiza una breve presentación y discusión de la literatura sobre modelos de proyección utilizados por los bancos centrales y su uso en Chile. Luego, en la sección III, se presentan los modelos que fueron estimados para el ejercicio de proyección. Estos son: el modelo estructural reducido, el BVAR, el modelo DSGE con intermediarios financieros. La sección IV muestra los resultados obtenidos de la predicción de estas variables por los modelos utilizados. La sección V indica las limitaciones del estudio. Finalmente, en la sección VI, se entregan las conclusiones del trabajo.



II. BREVE REVISIÓN DE LA LITERATURA Y SU DESARROLLO EN CHILE

Dentro de la literatura encontramos trabajos que abordan los tres grupos de modelos comentados en la introducción de este trabajo. Un ejemplo reciente y de mucho interés para los bancos centrales es la propuesta de los economistas del FMI Berg, Karam y Laxton (Berg et al., 2006a,b) que provee lineamientos teóricos y empíricos para el uso de un modelo nekeynesiano reducido para la proyección del PIB, la inflación, el tipo de cambio real y la tasa de interés de política. En la misma línea, está otro trabajo del FMI de Honjo y Hunt (2006), quienes realizan una estimación bayesiana para Canadá, Islandia, Nueva Zelanda, el Reino Unido y Estados Unidos.

La esencia de estos modelos reducidos nekeynesianos está en la curva de Phillips aumentada por expectativas racionales y con costos marginales (o actividad bajo ciertos supuestos), en vez de desempleo (Galí y Gertler, 1999). El soporte empírico se encuentra en Stock y Watson (1999) quienes concluyen que una curva de Phillips univariada con un índice de actividad reemplazando el desempleo produce mejores proyecciones a doce meses en EE.UU. Un resultado similar obtiene Canova (2007) para los países del G7, quien encuentra que una curva de Phillips univariada es mejor para proyectar la inflación que modelos multivariados, incluyendo modelos estadísticos de series de tiempo. Sin embargo, Stock y Watson (2008) revierten su anterior conclusión, al afirmar que la estimación y las predicciones de una curva de Phillips tienen un desempeño “episódico”, ya que los resultados de las predicciones fuera de muestra no son siempre superiores a los modelos univariados simples de series de tiempo.

En Chile, García y Restrepo (2003) estiman una curva de Phillips para el modelo estructural de proyecciones de Chile (llamado MEP, Banco Central de Chile, 2003). Es un primer intento por usar la brecha del producto (en vez del desempleo) para explicar la inflación y hacer explícita la lenta transmisión de las fluctuaciones del tipo de cambio a precios. Más recientemente, Pincheira y Rubio (2010) evalúan la capacidad predictiva de cuatro modelos lineales retrospectivos que describen la curva de Phillips para la economía chilena, utilizando una base en tiempo real con frecuencia mensual y considerando en todas las especificaciones una medida de actividad económica. Los autores concluyen que la capacidad predictiva de estas curvas de Phillips es limitada, y que el aporte del componente de actividad es moderado e inestable. Como alternativa, Pincheira y García (2009) presentan diferentes modelos univariados (SARIMA y ESARIMA) como comparadores alternativos para proyectar la inflación.

El segundo grupo de modelos tiene su génesis en Sims (1980). Una serie de elementos —en especial sobre la arbitrariedad de las restricciones, exclusiones y definición de variables endógenas y exógenas que imponían los modelos keynesianos tradicionales sobre las series de tiempo— llevaron a Sims a cuestionar el uso de estos modelos para realizar proyecciones. Por el contrario, el uso de modelos VAR (es decir, un conjunto de ecuaciones reducidas donde cada variable depende de sus propios rezagos, de los rezagos de las otras variables y de errores correlacionados) representaría una forma más parsimoniosa de modelar estas series de tiempo al no violar las restricciones que se obtienen de la teoría macroeconómica dinámica.

Sin embargo, el número de parámetros de un VAR puede ser muy grande, particularmente en relación con la cantidad de datos que normalmente está disponible para el análisis macroeconómico. Esto es así sobre todo en economías en desarrollo como la chilena, en la que la disposición de datos es limitada y hay datos trimestrales solo a partir de los años noventa. Así los modelos VAR a menudo implican la elección de algún método para imponer

restricciones a los parámetros del modelo. Una estrategia son los modelos VARMA, que al incorporar un componente de media móvil se puede obtener una clase de procesos más flexible y realista según Lütkepohl (1993). Esto, debido a que bajo ciertos supuestos de invertibilidad y estacionariedad se puede escribir un VARMA de orden finito como un VAR de orden infinito, con lo cual se evita la sobreparametrización.

La estrategia más popular para tratar el problema de exceso de parametrización en los bancos centrales son los VAR bayesianos (BVAR). Las referencias seminales son Litterman (1980), Doan et al. (1984) y Sims (1993). Esta estrategia consiste en suponer que el mejor modelo para realizar una proyección es un camino aleatorio. Por lo tanto, el *prior* del primer rezago del VAR se distribuye normal con media uno y varianza γ , en cambio los parámetros de los rezagos mayores que uno de la propia variable se distribuyen normal pero con media cero y una función que depende del largo del rezago, que, por ejemplo, puede ser $(\gamma / p)^2$ es decir, que se reduce con el largo del rezago p . Así, se minimiza el riesgo de estar incorporando parámetros de rezagos muy lejanos que por casualidad son diferentes de cero y que afectan o ensucian el resultado de las proyecciones. Además, las estimaciones bayesianas tienen la propiedad de aliviar el problema de muestras pequeñas en las estimaciones al establecer *priors* para los valores de los parámetros estimados, es decir, se evita que los parámetros tomen valores extraños por el exceso de ajuste de los modelos que puede realizar, por ejemplo, el método de máxima verosimilitud en una muestra pequeña.

La estrategia de Litterman (1980) se conoce por *Minnesota priors* y ha sido la más usada, no solo por sus resultados sino también porque ya está automatizada en programas econométricos como RATS o códigos de EViews. Existen, sin embargo, otras opciones de *priors* como las distribuciones Difusa, Normal-Wishart, Normal-Difusa, etc. (Kadiyala y Karlsson, 1997). Si bien alguna de estas distribuciones puede resultar ser un mejor *prior* que el de Minnesota para un problema económico específico, ninguna de ellas proviene de la teoría económica y con ello su alcance está limitado a las proyecciones y prácticamente no permite construir historias o interpretaciones de esos resultados.

Los modelos VAR en Chile tienen una larga historia, en especial como herramienta de proyecciones en el Banco Central de Chile (BCCh). Por citar solo algunos trabajos, Valdés (1997), Landerretche et al. (1999), Parrado (2001), García (2001), Mies et al. (2002) y Cãtao y Pagan (2010), todos han sido diseñados para medir la transmisión de la política monetaria y realizar tareas de proyección en diferentes versiones: primeras diferencias, diferencias en doce meses, niveles con tendencia, con vectores de cointegración, y con diferentes variables exógenas (PIB externo, tasa de interés externa, precios de materias primas como cobre y petróleo, etc.). La experiencia con BVAR es más reciente. Un trabajo que es el punto de partida de la literatura en Chile es Jaramillo (2009) que concluye que “los BVAR presentan errores comparables o menores que las alternativas tradicionales de series de tiempo y VAR estimado de manera clásica”.

El tercer grupo de modelos tiene su origen en el artículo de Smets y Wouter (2003, 2007) y Christiano et al. (2005). Después de estos trabajos la estrategia de usar DSGE para proyecciones se ha diseminado entre los bancos centrales. Por ejemplo, Christoffel et al. (2008) hacen una estimación bayesiana de un DSGE llamado “*New Area-Wide Model*” (o NAWM) de la Eurozona, diseñado para ejercicios de proyección macroeconómica del Banco Central Europeo. Este modelo incluye rigideces en precios y en salarios, utilización de capital endógeno y costos de ajuste. En Christoffel et al. (2010) se presentan las proyecciones del NAWM y se comparan con las proyecciones de modelos no estructurales, como los BVAR, concluyéndose que el



NAWM lo hace razonablemente bien. Otros ejemplos son el modelo SIGMA de la Fed (Erceg et al., 2006), y el GEM del FMI (Laxton y Pesenti, 2003).

En Chile, se han desarrollado modelos DSGE desde mediados de la década pasada. Las primeras versiones son García y Restrepo (2007), Soto y Medina (2006, 2007), Caputo et al. (2007), Céspedes et al. (2010) y García et al. (2011), las que han sido utilizadas para diferentes propósitos. En el Banco Central de Chile algunos de estos estudios dieron nacimiento al llamado MAS, modelo DSGE que complementa las proyecciones que se realizan con múltiples modelos de series de tiempo univariados, VAR y sus derivados, y el MEP, modelo nekeynesiano reducido (Banco Central de Chile, 2003), el juicio de la autoridad, etc. Desde una perspectiva bayesiana, con los modelos DSGE en Chile ha comenzado una búsqueda de los verdaderos *priors* de la economía chilena, reemplazando los criterios estadísticos que son posibles con un BVAR o VAR con estructuras que se imponen directamente desde la macroeconomía dinámica moderna.

III. MODELOS

1. Modelo estructural reducido

A modo de ejemplo de modelo reducido, utilizamos una versión pequeña y sintetizada de un modelo nekeynesiano con expectativas racionales propuesta por Berg et al. (2006a,b). Este modelo posee cuatro ecuaciones relevantes que describen la relación de la brecha del producto, una curva de Phillips, una ecuación para el tipo de cambio y una función de reacción de la política monetaria. Las ecuaciones son las siguientes:

Demanda agregada

$$ygap_t = \beta_1 \cdot ygap_{t-1} + \beta_2 \cdot ygap_{t+1} - \beta_3 \cdot rrgap_{t-1} + \beta_4 \cdot zgap_{t-1} + \beta_5 \cdot ygap_t^* + \varepsilon_t^{ygap} \quad (1)$$

donde $ygap_t$ denota la brecha del producto, $rrgap_t$ es la brecha entre la tasa de interés real y su valor de equilibrio, $zgap_t$ es la brecha entre el índice del tipo de cambio real y su valor de equilibrio, $ygap_t^*$ es la brecha de producto externa, y ε_t^{ygap} es el proceso estocástico del error.

Inflación

$$\pi_t = \delta_1 \cdot \pi_{t+4}^4 + (1 - \delta_1) \cdot \pi_{t-1}^4 + \delta_2 \cdot ygap_{t-1} + \delta_3 \cdot \Delta z_t + \varepsilon_t^\pi \quad (2)$$

donde π_t es la tasa trimestral anualizada del índice de precios del consumidor, π_t^4 es una media móvil de cuatro trimestres de la inflación trimestral anualizada, Δz_t es la primera diferencia en el índice del tipo de cambio real, y ε_t^π es el proceso estocástico del error.

El tipo de cambio real

$$z_t = \phi \cdot z_{t+1} + (1 - \phi) \cdot z_{t-1} - (rr_t - rr_t^*)/4 + \varepsilon_t^z/4 \quad (3)$$

donde z_t es el logaritmo del índice del tipo de cambio real, rr_t es la tasa de interés real doméstica, rr_t^* es la tasa de interés real extranjera, y ε_t^z es el proceso de error estocástico.

Función de reacción de la política monetaria

$$rs_t = \alpha_1 \cdot rs_{t-1} + (1 - \alpha_1) \cdot (rr_eq_t + \pi_t^4 + \alpha_2 \cdot (\pi_{t+4}^4 - \pi^T) + \alpha_3 \cdot ygap_t) + \varepsilon_t^{rs} \quad (4)$$

donde rs_t es la tasa de política anualizada de corto plazo, rr_eq_t es la tasa de interés de equilibrio, π^T es la tasa de inflación meta, y ε_t^{rs} es el proceso estocástico del error.

El sector externo, las definiciones y los *shocks* se explican con detalle en el apéndice E.

2. Modelo BVAR

Formalmente, consideremos n variables del vector autorregresivo $VAR(p)$ de orden p dado por:

$$y_t = \Gamma_1 y_{t-1} + \dots + \Gamma_p y_{t-p} + \mu + \varepsilon_t \quad (5)$$

donde y_t es un vector $N \times 1$ de series de tiempo no estacionarias, μ es un vector $N \times 1$ de coeficientes constantes y ε_t es un vector $N \times 1$ de errores. Las matrices Γ_1 a Γ_p representan las matrices $N \times 1$ de parámetros a estimar. El $VAR(p)$ es, por lo tanto, un set de ecuaciones en las cuales cada variable depende de una constante y de los rezagos de las N variables del sistema.

En este artículo, decidimos utilizar el *prior* de Minnesota del BVAR, es decir, cada serie del sistema estaría mejor descrita como un camino aleatorio alrededor de un componente determinístico desconocido. Así, la distribución *prior* para la variable n está dada por:

$$y_{n,t} = \mu_n + y_{n,t-1} + \varepsilon_{n,t} \quad (6)$$

La ecuación n del VAR puede formularse, considerando el supuesto de camino aleatorio, así:

$$y_{n,t} = \mu_n + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^p \delta_{n,j}^i y_{n,t-i} + \varepsilon_{n,t} \quad (7)$$

Entonces los *priors* para las medias de los parámetros se distribuyen en forma normal:

$$\delta_{n,j}^i = \begin{cases} \sim N(1, S(i, j)^2) & \text{si } i=1, n=j \\ \sim N(0, S(i, j)^2) & \text{si } i>1, n \neq j \end{cases} \quad (8)$$

Litterman (1987) propone la siguiente función para la dispersión de los parámetros alrededor de los *priors*, donde además considera las desviaciones estándares de cada una de las n ecuaciones (S_n) obtenidas de regresiones no restringidas con MCO:

$$S(i, j) = \frac{\lambda_{s_i}}{i S_j} \quad (9)$$

El *prior* depende de los diferentes λ definidos (o grado de "estrechez" o hiperparámetro). Por ejemplo, Litterman (1987) selecciona rangos entre 0,1 y 0,5 y luego compara los resultados de las proyecciones, y obtiene sus mejores resultados con un valor de 0,2. Zaman (1996)



propone estimaciones directas del hiperparámetro λ a través de ML o GMM, pero nuevamente en el espíritu bayesiano, este debería responder al juicio de los investigadores más que a un simple ajuste de los datos.

Las estimaciones (*posteriors*) bayesianas de modelos lineales con parámetros distribuidos linealmente son tan fáciles de calcular (Zaman, 1996) como los MCO de la econometría tradicional. Estas estimaciones son solo medias ponderadas entre los valores de los *priors* y los obtenidos a través de MCO para un VAR reducido estándar. Litterman (1987) reduce la ecuación (5) a $Y = X\beta + \varepsilon$, donde los X representa los rezagos. Suponiendo por simplicidad que σ^2 es conocido, si la estimación de MCO es $\beta^{MCO} \sim N(\beta, \sigma^2 X'X^{-1})$ y el *prior* expresado en términos simples es $\beta^{prior} \sim N(\mu, \lambda^2 \Omega)$, entonces el *posterior* es $\beta^{posterior} \sim N(m, V)$, donde $V^{-1} = (X'X)/\sigma^2 + \Omega^{-1}/v^2$ y $V[(X'X\beta^{MCO})/\sigma^2 + \Omega^{-1}\mu/v^2]$.

En consecuencia, si existe mucha imprecisión en los datos, porque estos son pocos o de mala calidad, como muchas veces ocurre en el análisis macro, es decir, un σ^2 alto, entonces las estimaciones serán más cercanas al *prior* y hay una probabilidad de mejorar las proyecciones. El ajuste de datos que hace la econometría “de frecuencia” con muestras que presentan estos problemas, simplemente produce un sobreajuste del modelo con parámetros difíciles de explicar, inestables, en la medida en que se agregan nuevos datos, y que en la práctica resulta en proyecciones fallidas.

3. Modelos DSGE

En términos esquemáticos, el gráfico 1 ilustra la estructura general del modelo DSGE estimado en este artículo y tiene por único objetivo presentar un modelo macro con múltiples restricciones microeconómicas (detallado en el apéndice E), en oposición a las restricciones que imponen los modelos estadísticos como los VAR o los BVAR. Debemos recordar que la estructura de estos modelos y las restricciones sobre los valores de sus parámetros funcionan en sí como *priors* para las estimaciones bayesianas. Por eso la gran cantidad de detalle de los fundamentos microeconómicos de los DSGE es sin duda una importante fuente de *priors* que permite restringir en forma más precisa las estimaciones, y en consecuencia mejorar las proyecciones.

En el caso particular de este trabajo, los DSGE suponen dos tipos de consumidores, los “ricardianos”, es decir, aquellos que tienen acceso al mercado de capitales, y los restringidos, que financian su consumo con el ingreso de su trabajo, neto de las transferencias del gobierno. Existen dos tipos de firmas, las productoras de bienes y las productoras de capital. Estas últimas financian sus inversiones con préstamos de los bancos privados que a su vez reciben fondos desde las familias. Las empresas de bienes necesitan petróleo para distribuir sus productos y los ofrecen no solo al mercado doméstico sino también al sector externo (exportaciones). Se adiciona también un sector exportador de cobre, cuya oferta, por motivos de simplicidad (García et al. 2011), la hacemos completamente inelástica. Todas las fluctuaciones de los ingresos provienen de variaciones del tipo de cambio y del precio internacional del cobre. El sector externo también contribuye con fondos —deuda externa— pero con una tasa de interés internacional ajustada por el premio por riesgo, que se supone crece con el nivel de deuda externa.

Las imperfecciones de los DSGE de este trabajo son variadas, razón por la cual pertenecen a la clase de modelos keynesianos, especialmente con respecto a los precios. Precios y salarios son rígidos, con lo cual la producción es determinada en el corto plazo por la demanda. En

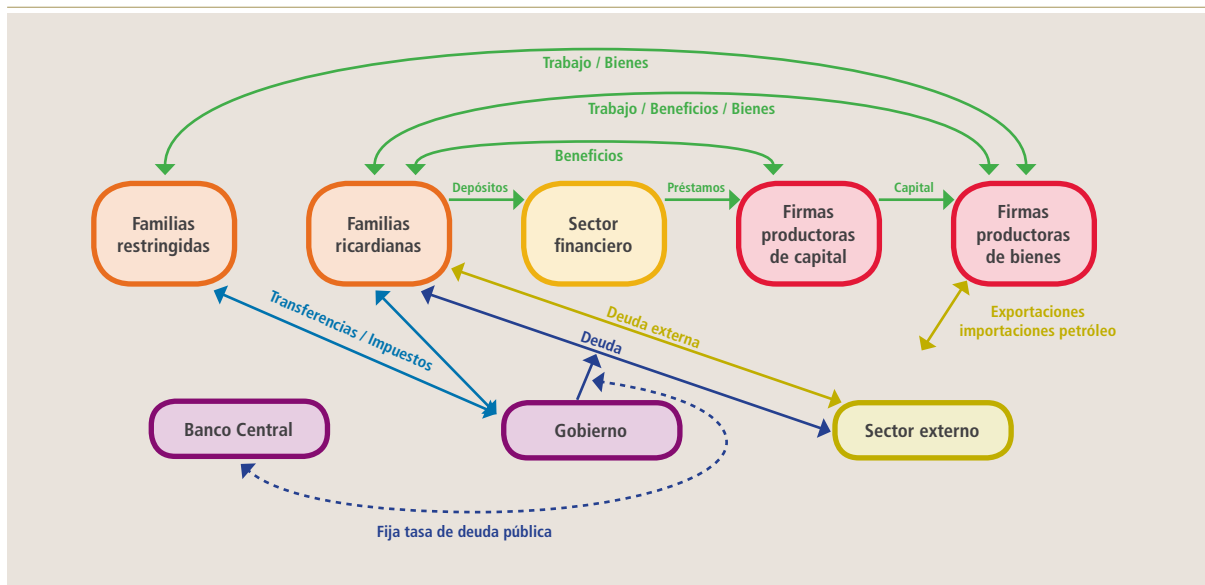
forma adicional, hay rigideces reales como las utilizadas también en modelos más clásicos, como los RBC, derivadas de costos de ajustes en la inversión y en las demandas por insumos. Se introducen además diferentes imperfecciones en el mercado de capitales, tema que se ha vuelto más contingente desde la crisis financiera internacional de 2008-2010. Primero, restricciones de crédito a un grupo de las familias (consumidores restringidos); segundo, una oferta no completamente elástica de fondos externos (premio por riesgo) y tercero, los bancos privados pueden también restringir el crédito privado. El objetivo último de la introducción de este elemento es capturar el comportamiento del sector financiero observado a lo largo del ciclo económico y sus efectos en las proyecciones del producto.

Decidimos modelar las restricciones de crédito impuestas por los bancos basándonos en el trabajo de Gertler y Karadi (2011). De esta forma los bancos privados pueden decidir devolver o no los fondos a las familias (riesgo moral). Por lo tanto, las familias estarán más dispuestas a entregar más fondos y los bancos a aumentar sus préstamos (apalancamiento) si existen expectativas positivas sobre la economía. En caso contrario, un empeoramiento de las perspectivas económicas hace que las familias estén menos dispuestas a entregar fondos a los bancos, con lo cual estos agentes se desapalancan y por ende termina disminuyendo el crédito privado a las empresas productoras de capital.

Por último, el banco central y el gobierno son modelados a través de reglas simples. Así el banco central sigue una regla de Taylor en función de la inflación, la brecha del producto, y el tipo de cambio real, dada la evidencia encontrada por García y González (2010). En cambio, el gasto del gobierno es modelado —solo por simplicidad— por una variable aleatoria, y financiado con deuda, doméstica y externa, e impuestos de suma alzada.

Gráfico 1

Estructura de los DSGE



Fuente: Elaboración propia.



IV. RESULTADOS DE LAS PROYECCIONES

1. Metodología

El ejercicio de proyección se centra en las principales variables que los bancos centrales consideran para definir su política monetaria (ver, por ejemplo, los informes de inflación de los bancos centrales de Chile, Inglaterra y Brasil, entre otros.). Este consiste en predecir el comportamiento de las siguientes variables: inflación subyacente (IPCX1), brecha del producto, brecha del tipo de cambio y tasa de política monetaria.

Para la estimación bayesiana del modelo estructural reducido, se utilizaron datos de la brecha del producto, la brecha del tipo de cambio real, la tasa de política monetaria y la inflación. Las series desestacionalizadas son publicadas por el Banco Central de Chile.

Para la brecha del producto y la brecha del tipo de cambio se utilizó el filtro de Hodrick y Prescott modificado. Dado que el filtro de Hodrick y Prescott tiende a igualar los valores iniciales y finales a la tendencia obtenida, ajustamos los valores iniciales y finales conforme a las proyecciones reportadas en los *Informes de Política Monetaria* del BCCh (IPoM).

En la estimación bayesiana se utilizaron adicionalmente datos de la brecha del producto, la inflación y la tasa de política monetaria externas. Para la construcción de estas variables, los datos corresponden a los principales países con los cuales Chile tiene intercambio comercial: China, Japón, EE.UU. y Europa, los que fueron obtenidos del Departamento de Información Estadística de la OCDE. La periodicidad de las series internas y externas es trimestral, y el período de muestra va desde 1996.I a 2011.III. Una vez obtenidas las series de la brecha del producto, la inflación y la tasa de política monetaria de cada uno de estos países, procedimos a ponderar estas series de modo que estas reflejaran el grado de importancia comercial que cada uno de ellos tiene con Chile, para finalmente construir las tres series de los datos externos.

Para el modelo bayesiano DSGE con intermediarios financieros y el modelo BVAR se utilizaron 16 series de tiempo: producto interno bruto, consumo, inversión, gasto de gobierno, exportaciones, importaciones, tipo de cambio real, tasa de ocupación, precio del petróleo, precio del cobre, índice bursátil (IPSA), salario real, producto externo, tasa de interés nominal de corto plazo, inflación y tasa de interés nominal de corto plazo externa. En estos casos, los datos fueron construidos a base de información publicada por el Banco Central de Chile.

La metodología de predicción utilizada contempla proyecciones de las cuatro variables mencionadas para los períodos 2005.IV a 2010.IV. En cada período el ejercicio consiste en hacer proyecciones ocho períodos hacia adelante. Luego, se procede a calcular el error cuadrático medio o RMSE para cada una de las ocho proyecciones obtenidas en cada período. El RMSE se calcula de la manera tradicional:

$$RMSE(\hat{\theta}) = \sqrt{E\left((\hat{\theta} - \theta)^2\right)} \quad (10)$$

donde $\hat{\theta}$ es el valor medio de la variable obtenido en el ejercicio de predicción y θ es el valor que efectivamente tomó la variable en el período del ejercicio. Los comparadores son los modelos de series de tiempo: AR(1), camino aleatorio y BVAR. En el caso particular del

modelo DSGE, se estimó utilizando tanto *priors* de Minnesota como *priors* difusas, aportando una estrategia de testeo de robustez con respecto a la sensibilidad del modelo en ese punto.

Además, con el objetivo de medir el impacto de restringir los parámetros en el modelo DSGE, es decir, la utilidad de los *priors* en los parámetros, se estimó este usando *priors* difusas (distribución uniforme) para todos los parámetros. El objetivo de esto fue aproximarse lo más posible a una estimación de máxima verosimilitud sin ningún tipo de restricción a priori en los parámetros y así comparar si los *priors* seleccionados contribuían o no a las proyecciones de las variables macro seleccionadas.

2. Resultados^{4,5}

En general, las estimaciones realizadas permiten confirmar el buen desempeño de los modelos AR(1) y un desempeño levemente superior del modelo DSGE con intermediación financiera sobre los modelos BVAR. En el campo específico de los modelos DSGE, la evidencia luego del ejercicio de proyección permitiría confirmar la inferioridad de los *priors* no informados (difusos), resaltando la robustez y el aporte de aquellos del tipo *prior* de Minnesota.

Los resultados de las estimaciones para los modelos DSGE y el nekeynesiano reducido están reportados en los apéndices A y B. En estos se demuestra que, en general, los resultados estimados para la economía chilena están en línea con las predicciones de la teoría económica que dan soporte a cada una de estas estrategias de modelación. En particular, un *shock* a la TPM genera resultados parecidos a los descritos por Galí (2008) y por Woodford (2003) para modelos de corte keynesiano: un aumento de la tasa de interés deprime la economía y con eso cae la inflación.

El primer ejercicio se realiza tomando como indicador de evolución del nivel general de precios el IPCX1, e introduciendo los modelos más desarrollados o complejos (estructural reducido y el DSGE con intermediación financiera). Esto permite no solo comparar los DSGE con los modelos de series de tiempo, sino también conocer las ganancias, en términos de reducción de los márgenes de error, si se decide reemplazar un modelo reducido por uno más complejo.

⁴ En relación al grado de ajuste, se comparan la log verosimilitud del DSGE y del BVAR. La estrategia es la siguiente (ver, por ejemplo, Smets y Wouters, 2007): primero para un VAR no restringido se calculó el "Schwarz information criterion o SC", el que dio como resultado un rezago. Elegimos este criterio por las razones que da Medel (2012). En seguida, se comparó la log verosimilitud del BVAR (-2754), con un rezago, con la del DSGE (-2705). Los resultados indican que el DSGE es marginalmente superior.

No obstante que esta es una estrategia usada por muchos autores para validar sus estimaciones de DSGE, se debe hacer un importante alcance. La estrategia bayesiana de estimación puede resultar ser superior a otras alternativas por la incorporación de *priors*, lo que puede también empeorar el ajuste de los modelos. De hecho, se busca intencionalmente que ese ajuste no sea excesivo, como lo haría, por ejemplo, un VAR. Más aún, el exceso de ajuste es probablemente uno de los principales problemas que presentan las proyecciones que se obtienen con modelos de series de tiempo en muestras pequeñas si se usan técnicas econométricas estándares. Por eso, es más natural usar las diferencias de log verosimilitud para comparar entre modelos similares pero con pequeñas modificaciones, por ejemplo un DSGE con precios rígidos y un DSGE con precios y salarios rígidos (Caputo et al., 2007).

En resumen, el similar grado de ajuste entre el BVAR y el DSGE indica que, a pesar de la enorme cantidad de restricciones en los parámetros y las estructuras que tiene el DSGE, este último modelo permite cumplir con tres objetivos claves para todo modelo que se usa para el análisis de política económica: buenas historias, buenas proyecciones y un ajuste razonable.

⁵ En el apéndice F se presentan las proyecciones trimestrales del DSGE y el BVAR con los intervalos de confianza generados por la incertidumbre de parámetros (ver cuadro A2, del apéndice A para el DSGE). En el gráfico del apéndice se puede observar que el grado de incertidumbre es muy similar entre ambos tipos de modelos.



El gráfico 2 resume los resultados de este ejercicio y muestra la comparación de los RMSE obtenidos para todas las variables y todos los modelos considerados (ver apéndice C, donde se presentan las cuadros con los valores asociados a los gráficos).

En general, se observa un buen desempeño del modelo DSGE. En particular, destaca su capacidad para proyectar la inflación (variable clave en la determinación de la política monetaria) en el plazo de los primeros cuatro trimestres, superando el comportamiento del modelo BVAR a lo largo de todo el horizonte de proyección, siendo superado por el modelo AR(1) en las proyecciones a menos de un año. En cambio, se observa un desempeño flojo del modelo reducido nekeynesiano.

En el caso de la brecha del producto, el gráfico 1 indica que los modelos univariados obtienen errores muy parecidos a los modelos BVAR y DSGE. Este resultado se mantiene a lo largo de todo el horizonte de proyección, resaltando nuevamente el desempeño deficiente del modelo nekeynesiano reducido. Estos resultados permiten levantar la hipótesis de que la simple introducción de restricciones (tal como se realiza en el modelo nekeynesiano) podría no entregar buenos resultados para los ejercicios de proyección. Por el contrario, nuestros resultados indican que las restricciones deben estar ligadas al modelamiento de la estructura microeconómica y a la dinámica de la economía.

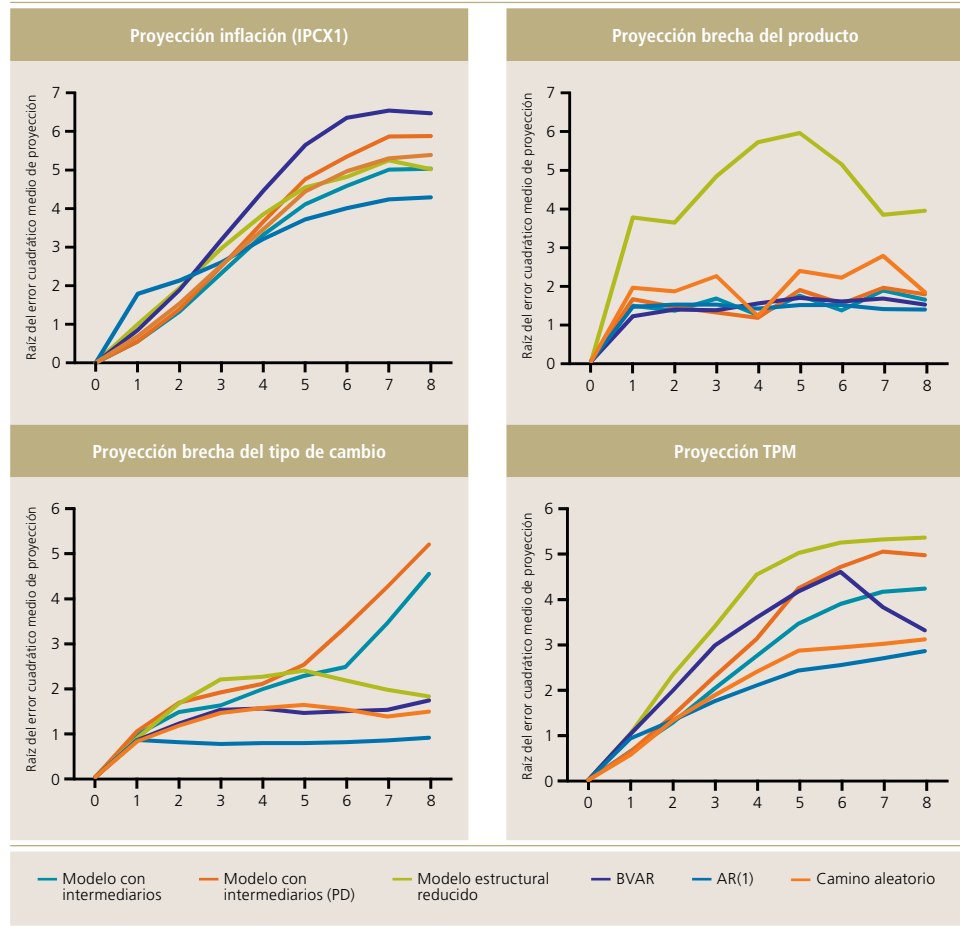
En línea con la evidencia de literatura previa, se confirma que los modelos multivariados (incluidos el BVAR) no son capaces de hacer buenas proyecciones para la brecha del tipo de cambio real. Este resultado no es nuevo y coincide con los reportados a principios de los ochenta por Meese y Rogoff (1983), y aún vigentes según Chen et al. (2010). Aún más, Rogoff y Stavrakeva (2008) indican que estudios que indican cierto éxito en las proyecciones del tipo de cambio tales como los de Gourinchas y Rey (2007), Engel y West (2005), Engel et al., (2007) y Molodtsova et al. (2008), adolecen de importantes errores metodológicos. Sin duda, esta es una importante deficiencia de los modelos DSGE y por tanto un área relevante de investigación en macroeconomía para economías abiertas. Naturalmente, una estrategia que explore más las microestructuras del mercado cambiario puede ser una avenida útil para mejorar las proyecciones del tipo de cambio con DSGE (por ejemplo, Evans, 2011).

Finalmente, al evaluar la capacidad predictiva de los distintos modelos en el caso de la tasa de política monetaria (TPM), el gráfico 1 también indica que, dentro del primer año, los dos modelos DSGE logran aproximarse a las predicciones de los modelos univariados y superar claramente al BVAR y al modelo reducido nekeynesiano. Después del primer año, todos los modelos empeoran; tanto los DSGE como los univariados.

Por otro lado, un resultado clave de nuestro trabajo es que el DSGE con *priors* definidos, es decir, tomado de la literatura macro, entrega en el margen mejores resultados en las proyecciones de la inflación y la TPM que el mismo modelo pero estimado con *priors* difusos. Por lo tanto, no solo la incorporación de restricciones teóricas a nivel de la estructura mejora las proyecciones, sino también las restricciones a nivel de los parámetros del DSGE. Este resultado es importante puesto que la econometría bayesiana en este contexto refuerza una estrategia más estructural, es decir, permite definir con más precisión las reglas de decisión de los agentes económicos al forzar los parámetros a que se muevan en rangos definidos por el investigador a base de otros estudios y/o la propia teoría económica.

Gráfico 2

RMSE del ejercicio de proyección con IPCX1



Fuente: Elaboración propia a base de resultados obtenidos por autores.

V. LIMITACIONES DEL ESTUDIO

El artículo tiene varias limitaciones que es necesario precisar. Primero, todas las estimaciones y comparaciones fueron realizadas con datos desestacionalizados y filtrados por el procedimiento HP. Esto produce impacto sobre las proyecciones, porque las series filtradas son un constructo estadístico. Por ejemplo, Morandé y Tejada (2008) muestran que cálculos de la brecha con distintos filtros pueden producir mediciones de estas sustancialmente diferentes. Además, Medel y Pedersen (2010) encuentran que la desestacionalización genera una importante incertidumbre al ir incorporando más datos. También, el uso de datos desestacionalizados y filtrados dificulta su interpretación. Esto porque los usuarios de las proyecciones, agentes económicos y autoridades de política, están interesados en proyecciones comparables con las series reales y no con proyecciones de datos filtrados ni desestacionalizados.



Segundo, no se han considerado modelos de series de tiempo con relaciones de cointegración. La construcción de un modelo BVAR con relaciones de cointegración o directamente un VEC, es decir, un modelo VAR con relaciones de cointegración, es parte de la agenda de investigación en esta área, en especial porque resulta más natural comparar estos modelos con los DSGE, puesto que estos consideran explícitamente relaciones de largo plazo entre las variables.

Tercero, se decidió usar para evaluar las proyecciones solo el criterio del ECM. En efecto, Christoffel et al. (2010) describen una metodología para hacer proyecciones a base de las distribuciones de los parámetros, que efectivamente estaría más en línea con la estrategia bayesiana de proyecciones (se presenta un ejemplo simple en el apéndice F). Sin embargo, como también hacen estos mismos autores, es más fácil interpretar las proyecciones basadas en los valores medios, aunque en definitiva menos correcto, pues no entregan una medida precisa de la incertidumbre que rodea el proceso de proyección dadas las distribuciones de los parámetros.

Cuarto, las proyecciones no son en tiempo real, es decir, se usaron datos revisados para la comparación entre modelos.

VI. CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo fue evaluar el desempeño de distintos modelos de proyección sobre un grupo de variables macroeconómicas relevante para el diseño de la política monetaria: tasa de inflación, brecha del producto, tipo de cambio real y la tasa de interés vinculada a la política monetaria.

Los modelos considerados tienen como principal característica introducir información fuera de la muestra (*priors*). Con este objetivo, se desarrollaron ejercicios de proyección, comparando los resultados de un modelo DSGE que incluye explícitamente la acción de los intermediarios financieros, un modelo BVAR con *prior* de Minnesota, y un modelo nekeynesiano reducido, todos estimados con econometría bayesiana. Al mismo tiempo, se incluyeron en el proceso de comparación modelos univariados estimados con MCO (AR(1) y camino aleatorio), los que fueron usados como estándares de comparación.

En los ejercicios de proyección se pudo observar que el modelo DSGE permite, para los casos de la inflación, la brecha del PIB y de la TPM tener proyecciones comparables con modelos estadísticos de series de tiempo univariados. Un resultado importante es que los DSGE resultaron ser superiores a los modelos también keynesianos pero reducidos, ambos estimados con técnicas bayesianas.

Adicionalmente, se puede concluir que la información *a priori* debe introducirse con precisión (bien identificada) para representar en forma razonable la estructura de la economía chilena. Por ejemplo, en este estudio se encuentra que los *priors* informados son marginalmente superiores a los *priors* difusos o no informados.

Sin embargo, los modelos DSGE y el BVAR no pudieron superar las proyecciones de la brecha del tipo de cambio de los modelos univariados de series de tiempo. Este resultado —que coincide con el puzle presentado por Meese y Rogoff (1983) y por Chen et al. (2010)— es sin duda uno de los mayores desafíos de la nueva generación de modelos macro DSGE para realizar proyecciones razonables sobre la economía chilena.

REFERENCIAS

Adolfson, M., S. Laséen, J. Lindé y M. Villani (2008). "Evaluating an Estimated New Keynesian Small Open Economy Model". *Journal of Economic Dynamics and Control* 32(8): 2690–721.

Agénor, P.R. y P. Montiel (1996). *Development Macroeconomics*. Princeton, NJ, EE.UU.: Princeton University Press.

An, S. y F. Schorfheide (2007). "Bayesian Analysis of DSGE Models". *Econometric Reviews* 26(2): 113–72.

Banco Central De Chile (2003). *Modelos Macroeconómicos y Proyecciones del Banco Central de Chile*. Disponible en www.bcentral.cl/publicaciones/politicas/polit05.htm

Berg, A., P. Karam y D. Laxton (2006a). "A Practical Model-Based Approach to Monetary Policy Analysis—Overview". IMF Working Papers 06/80, Fondo Monetario Internacional.

Berg, A., P. Karam y D. Laxton (2006b). "Practical Model-Based Monetary Policy Analysis—A How-To Guide". IMF Working Papers 06/81, Fondo Monetario Internacional.

Bravo, H. y C.J. García (2002). "Medición de la Política Monetaria y el Traspaso (Pass-Through) en Chile". *Economía Chilena* 5(3): 5–28.

Brooks, S.P. y A. Gelman (1998). "General Methods for Monitoring Convergence of Iterative Simulations". *Journal of Computational and Graphical Statistics* 7(4): 434–55.

Canova, F. (2007). "G-7 Inflation Forecasts: Random Walk, Phillips Curve or What Else?". *Macroeconomic Dynamics* 11(01): 1–30.

Caputo, R., F. Liendo y J.P. Medina (2007). "New Keynesian Models for Chile in the Inflation-Targeting Period". En *Monetary Policy under Inflation Targeting*, editado por F. Mishkin y K. Schmidt-Hebbel. Banco Central de Chile.

Cãtao, L. y A. Pagan (2010). "The Credit Channel and Monetary Transmission in Brazil and Chile: A Structural VAR Approach". Documento de Trabajo N°579, Banco Central de Chile.

Céspedes, L.F., J. Fornero y J. Galí (2010). "Non-Ricardian Aspects of Fiscal Policy in Chile". Presentado en la Conferencia Anual del Banco Central de Chile, "Política Fiscal y Desempeño Macroeconómico". 21 y 22 de octubre.

Chen, Y., K. Rogoff y B. Rossi (2010). "Can Exchange Rates Forecast Commodity Prices?". *Quarterly Journal of Economics* 125(3): 1145–94.



Chetty, R., A. Guren, D. Manoli y A. Weber (2011) "Are Micro and Macro Labor Supply Elasticities Consistent? A Review of Evidence on the Intensive and Extensive Margins". *American Economic Review Papers & Proceedings* 101: 471–75.

Christiano, L., M. Eichenbaum y C. Evans (2005). "Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy". *Journal of Political Economy* 113(1): 1–45.

Christoffel, K., G. Coenen y A. Warne (2008). "The New Area-Wide Model of the Euro Area—A Micro-founded Open-economy Model for Forecasting and Policy Analysis". ECB Working Paper Series N°944, Banco Central Europeo.

Christoffel, K., G. Coenen y A. Warne (2010). "Forecasting with DSGE Models". ECB Working Paper Series N°1185, Banco Central Europeo.

Correia, I., J.C. Neves y S. Rebelo (1995). "Business Cycles in a Small Open Economy". *European Economic Review* 39(6): 1089–113.

Dejong, D. y C. Dave (2011). *Structural Econometrics*, segunda edición. Princeton, NJ, EE.UU.: Princeton University Press.

Doan, T., R. Litterman y C. Sims (1984). "Forecasting and Conditional Projection Using Realistic Prior Distributions". *Econometric Reviews* 3(1): 1–100.

Engel, C, N.C. Mark y K.D. West (2007). "Exchange Rate Models Are Not as Bad as You Think". NBER Working Papers N°13318.

Engel, C. y K.D. West (2005) "Exchange Rates and Fundamentals". *Journal of Political Economy* 113(3): 485–517.

Erceg, C.J., L. Guerrieri y C. Gust (2006). "SIGMA: A New Open Economy Model for Policy Analysis". *International Journal of Central Banking* 2(1): 1–50.

Evans, M.D.D. (2011). *Exchange-Rate Dynamics*. Princeton, NJ, EE.UU.: Princeton University Press.

Galí, J. (2008). *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework*. Princeton, NJ, EE.UU.: Princeton University Press.

Galí, J. y M. Gertler (1999). "Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis". *Journal of Monetary Economics* 44(2): 195–222.

Galí, J., D. López-Salido y J. Vallés (2004). "Rule-of-Thumb Consumers and the Design of Interest Rate Rules". *Journal of Money, Credit and Banking* 36(4): 739–63.

Galí, J., D. López-Salido y J. Vallés (2007). "Understanding the Effects of Government Spending on Consumption". *Journal of the European Economic Association* 5: 227–70.

García, C.J. (2001). "Políticas de Estabilización en Chile durante los Noventa". Documento de Trabajo N°132, Banco Central de Chile.

García, C.J., y W.González (2010). "Is More Exchange Rate Intervention Necessary in Small Open Economies? The Role of Risk Premium and Commodity Shocks". Documento de Trabajo N°248, Ilades/ Universidad Alberto Hurtado.

García, C.J. y J.E. Restrepo (2003). "Price Inflation and Exchange Rate Pass-through in Chile". *Money Affairs* 16(1): 69–88.

García, C.J. y J.E. Restrepo (2007). "The Case for a Countercyclical Rule-based Fiscal Regime". Documento de Investigación N°183, Facultad de Economía y Negocios, Universidad Alberto Hurtado.

García, C.J., J.E. Restrepo y E. Tanner (2011). "Fiscal Rules in a Volatile World: A Welfare-based Approach". *Journal of Policy Modeling* 33(4): 649–76.

Gertler, M. y P. Karadi (2009). "A Model of Unconventional Monetary Policy". Mimeo, New York University.

Gertler, M. y P. Karadi (2011). "A Model of Unconventional Monetary Policy". *Journal of Monetary Economics* 58: 17–34.

Gourinchas, P.O. y H. Rey (2007). "International Financial Adjustment". *Journal of Political Economy* 115(4): 665-703.

Honjo, K. y B. Hunt (2006). "Stabilizing Inflation in Iceland". IMF Working Papers 06/262, Fondo Monetario Internacional.

Jaramillo, P. (2009). "Estimación de VAR Bayesianos para la Economía Chilena". *Revista de Análisis Económico* 24(1): 101–26.

Kadiyala, K. y S. Karlson (1997). "Numerical Methods for Estimation and Inference in Bayesian VAR-Models". *Journal of Applied Econometrics* 12(2): 99–132.

King, R. y S. Rebelo (2000). "Resuscitating Real Business Cycles". En *Handbook of Macroeconomics*, editado por J. Taylor y M. Woodford 1B. Amsterdam, Países Bajos: North Holland.

Kydland, F.E. y E.C. Prescott (1982). "Time to Build and Aggregate Fluctuations". *Econometrica* 50: 1345–70.

Landerretche, O., F. Morandé y K. Schmidt-Hebbel (1999). "Inflation Targets and Stabilization in Chile". Documento de Trabajo N°55, Banco Central de Chile.

Laxton, D. y P. Pesenti (2003). "Monetary Rules for Small, Open, Emerging Economies". *Journal of Monetary Economics* 50(5): 1109–46.

Leamer, E. (1978). *Specification Searches*. Nueva York, NY, EE.UU.: Wiley.

Litterman, R. (1980). "A Bayesian Procedure for Forecasting With Vector Autoregression". Working Paper, Massachusetts Institute of Technology.



Litterman, R. (1987). "The Limits of Counter-cyclical Monetary Policy: an Analysis Based on Optimal Control Theory and Vector Autoregressions". *Annales d'Economie et de Statistique, ENSAE 6-7*: 125–60.

Lubik, T.A. y F. Schorfheide (2007). "Do Central Banks Respond to Exchange Rate Movements? A Structural Investigation". *Journal of Monetary Economics* 54(4): 1069–87.

Lucas, R. (1973). "Some International Evidence on Output-Inflation Tradeoffs". *American Economic Review* 63(3): 326–34.

Lütkepohl, H. (1993). *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, segunda edición. Berlín, Alemania: Springer.

Mankiw, N.G. (2000). "The Savers-Spenders Theory of Fiscal Policy". *American Economic Review* 90(2): 120–25.

Medel, C. (2012). "¿Akaike o Schwarz? ¿Cuál Elegir para Predecir el PIB Chileno?" Documento de Trabajo N°657, Banco Central de Chile.

Medel, C. y M. Pedersen (2010). "Incertidumbre en las Series Desestacionalizadas de Actividad y Demanda en Chile". *Economía Chilena* 13(1): 63–72.

Medina, J.P. y C. Soto (2006). "Model for Analysis and Simulations: A New DSGE for the Chilean Economy". Mimeo, Banco Central de Chile.

Medina, J.P. y C. Soto (2007). "The Chilean Business Cycles through the Lens of a Stochastic General Equilibrium Model". Documento de Trabajo N°457, Banco Central de Chile.

Meese, R. y K. Rogoff (1983). "Empirical Exchange Rate Models of the Seventies". *Journal of International Economics* 14(1): 3–24.

Mies, V., F. Morandé y M. Tapia (2002). "Política Monetaria y Mecanismos de Transmisión: Nuevos Elementos para una Vieja Discusión". Documento de Trabajo N° 181, Banco Central de Chile.

Molodtsova, T. A. Nikolsko-Rzhevskyy y D. Papell (2008). "Taylor Rules with Real-time Data: A Tale of Two Countries and One Exchange Rate". *Journal of Monetary Economics* 55(suplemento): S63–S79.

Morandé, F. y M. Tejada (2008). "Sources of Uncertainty in Monetary Policy Conduct in Chile". *Economía Chilena* 11(3): 45–80.

Parrado, E. (2001). "Shocks Externos y Transmisión de la Política Monetaria en Chile". *Economía Chilena* 4(3): 29–57.

Pincheira, P. y A. García (2009). "Forecasting Inflation in Chile with an Accurate Benchmark". Documento de Trabajo N°514, Banco Central de Chile.

Pincheira, P. y H. Rubio (2010). "El Escaso Poder Predictivo de Simples Curvas de Phillips en Chile: Una Evaluación en Tiempo Real". Documento de Trabajo N°559, Banco Central de Chile.

Restrepo, J.E. y C. Soto (2006). "Regularidades Empíricas de la Economía Chilena: 1986-2005". *Economía Chilena* 9(2): 15-40.

Rogoff, K y V. Stavrakeva (2008) "The Continuing Puzzle of Short Horizon Exchange Rate Forecasting" NBER Working Paper N°14071.

Samuelson, P.A. y W.A. Barnett (eds.) (2007). "Inside the Economist's Mind, Conversations with Eminent Economists". MA, EE.UU.: Blackwell Publishing.

Schmitt-Grohé, S. y M. Uribe (2003). "Closing Small Open Economy Models". *Journal of International Economics* 61(1): 163—85.

Schorfheide, F. (2000). "Loss Function Based Evaluation of DSGE Models". *Journal of Applied Econometrics* 15(6): 645—70.

Sims, C. (1980). "Macroeconomics and Reality". *Econometrica* 48(1): 1—48.

Sims, C. (1993). "A Nine-Variable Probabilistic Macroeconomic Forecasting Model". En *Business Cycles, Indicators and Forecasting*, de J. Stock y M. Watson. Chicago, IL, EE.UU.: University of Chicago Press.

Smets, F. y R. Wouters (2003). "An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area". *Journal of the European Economic Association* 1(5): 1123—75.

Smets, F. y R. Wouters (2007). "Shocks and Frictions in U.S. Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach". *American Economic Review* 97(3): 586—606.

Stock, J. y M. Watson (1999). "Forecasting Inflation". *Journal of Monetary Economics* 44(2): 293—335.

Stock, J. y M. Watson (2008). "Phillips Curve Inflation Forecasts". NBER Working Paper N°14322.

Valdés, R.O. (1997). "Transmisión de la Política Monetaria en Chile". Documento de Trabajo N°16, Banco Central de Chile.

Woodford, M. (2003). "Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy". Princeton, NJ, EE.UU.: Princeton University Press.

Zaman, A. (1996). *Statistical Foundations for Econometric Techniques*. San Diego, CA, EE.UU.: Academic Press.

Zellner, A. (1971). *An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics*. Nueva York, NY, EE.UU.: Wiley.



APÉNDICE A

ESTIMACIÓN BAYESIANA

Para la estimación bayesiana de los modelos estructural y DSGE se utilizó un esquema similar a los propuestos por Smets y Wouters (2003) y por An y Schorfheide (2007). Esto implicó obtener la distribución de los *posteriors* de los parámetros del modelo basado en su representación log-lineal de estado-espacio usando el filtro de Kalman. Para el análisis empírico, se utilizó Dynare, un programa de Matlab para la estimación y evaluación de los modelos DSGE.

Formalmente, sea $p(\theta_m|m)$ la distribución *prior* del vector $\theta_m \in \Theta_m$ de parámetros estructurales para algún modelo $m \in M$, y sea $p(Y_t | (\theta_m, m))$ la función de verosimilitud para los datos observados, $Y_t = \{y_1, \dots, y_T\}$, condicional al vector de parámetros θ_m y al modelo m . La distribución conjunta de los *posteriors* de θ_m para el modelo m se obtuvo al combinar la función de verosimilitud para Y_t y la distribución *prior* de θ_m ,

$$p(\theta_m | \mathcal{Y}_T, m) \propto p(\mathcal{Y}_T | \theta_m, m) p(\theta_m | m) \quad (A1)$$

donde \propto denota proporcionalidad.

La distribución *posterior* está típicamente caracterizada por la media o la moda, y la desviación estándar. Siguiendo a Schorfheide (2000), se utilizó un algoritmo de muestreo de cadena de Markov para determinar la distribución conjunta de los *posteriors* del vector de parámetros θ_m . Más específicamente, se utilizó el algoritmo Metropolis-Hastings para obtener un gran número de realizaciones de la distribución *posterior* de θ_m .

1. Modelo estructural

Para la estimación bayesiana del modelo estructural, se utilizaron datos de la brecha del producto ($ygap_t$), inflación (π_t), brecha del tipo de cambio real ($zgap_t$) y la tasa de política monetaria de corto plazo (rs_t). Para la construcción de las variables externas se utilizaron ponderadores que reflejan el intercambio comercial que Chile mantiene con sus principales socios comerciales: China, Japón, Estados Unidos y Europa.

La obtención de tendencias y ciclos para la construcción de las variables "gap" se logró mediante la utilización de un filtro de Hodrick-Prescott modificado que busca eliminar el sesgo que tiene este filtro al tender a igualar las tendencias inicial y final de la serie con los datos efectivos.

Los *priors* utilizados en la estimación bayesiana del modelo reducido fueron tomados de Honjo y Hunt (2006) y de Berg et al. (2006a,b). Los *posteriors* obtenidos en la estimación bayesiana se presentan en el cuadro A1.

CUADRO A1

Distribuciones *prior* y *posterior* de los parámetros estructurales del modelo reducido

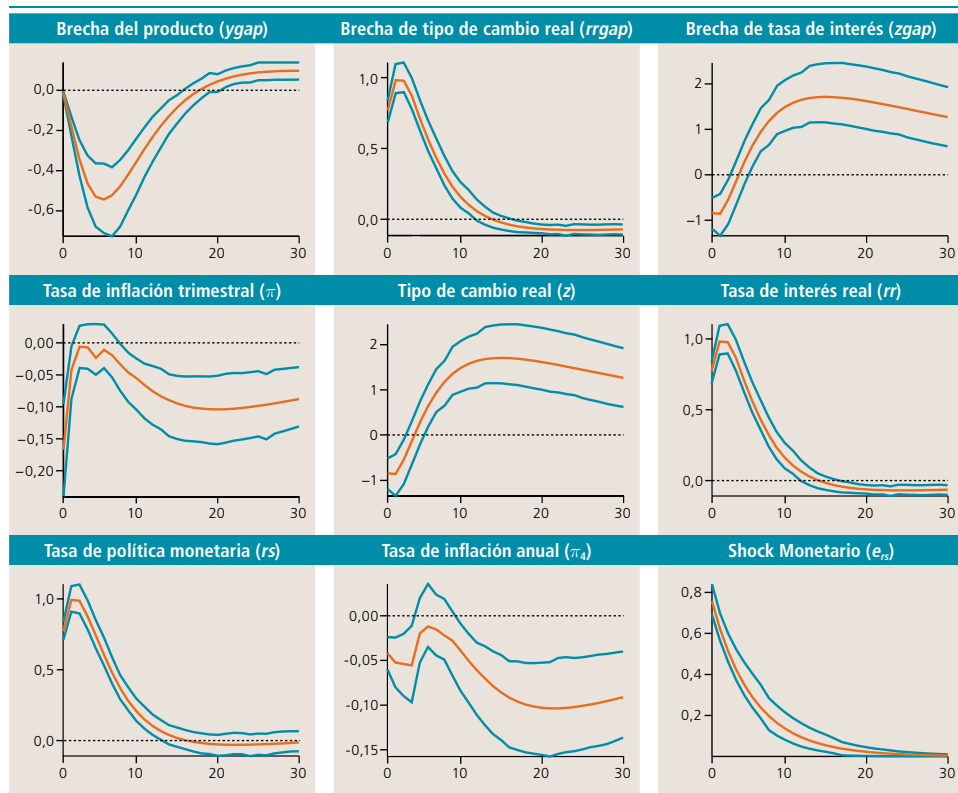
Parámetros	Media <i>prior</i>	Media <i>posterior</i>	Intervalo de confianza		Dist. <i>prior</i>	Desv. est. <i>prior</i>
β_1	0,85	0,72	0,67	0,77	gamma	0,05
β_2	0,10	0,06	0,02	0,09	beta	0,05
β_3	0,10	0,19	0,14	0,24	gamma	0,05
β_4	0,10	0,01	0,00	0,01	beta	0,05
β_5	0,15	0,11	0,06	0,15	beta	0,05
δ_1	0,20	0,11	0,08	0,15	gamma	0,05
δ_2	0,26	0,11	0,09	0,14	gamma	0,05
δ_3	0,30	0,20	0,16	0,23	gamma	0,05
θ	0,70	0,76	0,73	0,79	beta	0,05
α_1	0,50	0,58	0,54	0,61	gamma	0,05
α_2	1,50	1,48	1,43	1,52	gamma	0,05
α_3	0,50	0,53	0,43	0,59	beta	0,05
β_1^*	0,85	0,93	0,87	0,96	gamma	0,05
β_2^*	0,10	0,03	0,01	0,05	beta	0,05
β_3^*	0,10	0,04	0,02	0,06	gamma	0,05
δ_1^*	0,20	0,13	0,07	0,19	beta	0,05
δ_2^*	0,30	0,33	0,25	0,40	gamma	0,05
α_1^*	0,50	0,59	0,53	0,65	beta	0,05
α_2^*	1,50	1,53	1,45	1,60	gamma	0,05
α_3^*	0,50	0,53	0,46	0,58	beta	0,05
ρ_{ygap}	0,75	0,57	0,53	0,61	beta	0,05
ρ_z	0,50	0,52	0,47	0,58	beta	0,05
ρ_s	0,75	0,85	0,78	0,87	beta	0,05
ρ_z	0,50	0,63	0,54	0,71	beta	0,05
ρ_{ygap}^*	0,75	0,75	0,70	0,81	beta	0,05
ρ_π^*	0,50	0,48	0,41	0,54	beta	0,05
ρ_{rs}^*	0,75	0,91	0,88	0,93	beta	0,05

Fuente: Elaboración propia a base de Berg, A., P. Karam y D. Laxton (2006b).

Con los resultados de los *posteriors*, podemos observar que la estimación bayesiana resultante no difiere sustancialmente de los *priors* que en un principio se habían propuesto para el ejercicio de estimación, lo que hace pensar que los *posteriors* del modelo se encuentran con una mayor verosimilitud en el espacio paramétrico cuya media la constituyen nuestros *priors*.

El modelo reducido incluye siete *shocks* a las variables domésticas y externas, afectando al producto, a la inflación, al tipo de cambio y a la tasa de política monetaria. En el gráfico A1, podemos observar la respuesta del modelo estructural reducido ante un *shock* monetario doméstico (TPM). En estos casos, la brecha del producto cae fuertemente, al igual que la brecha del tipo de cambio. La inflación muestra una conducta similar a la sugerida por Galí (2008) y Woodford (2003): esta cae inicialmente, pero el efecto del *shock* monetario sobre esta variable se siente con más fuerza desde el segundo año, indicando la existencia de una fuerte inercia en el proceso inflacionario.

Gráfico A1

Shock monetario, modelo neokeynesiano reducido

Fuente: Elaboración propia a base de resultados obtenidos por los autores.

2. Modelos DSGE

Los *priors* utilizados fueron tomados de Gertler y Karadi (2009) y de Christoffel et al. (2008). El resultado de la estimación bayesiana del modelo DSGE se muestra en el cuadro A2 con intermediarios financieros. Los *posteriors* resultantes fueron obtenidos usando el algoritmo de Metropolis-Hastings basado en una cadena de Markov de 300.000 réplicas para construir la distribución estimada de los parámetros.

Una aproximación comúnmente utilizada para analizar la convergencia del algoritmo de muestreo del *posterior* es utilizar el análisis de varianza multivariada, discutido en Brooks y Gelman (1998). Este método consiste, básicamente, en la simulación de un número importante de cadenas de Markov, buscando minimizar la varianza entre y dentro de las cadenas. Con lo anterior, si el número de réplicas del algoritmo de convergencia es lo suficientemente grande (en nuestro caso, 300.000 réplicas), la varianza de las cadenas se minimiza y tiende a igualarse, y de esta forma, se obtiene la distribución *posterior* de los parámetros que estamos estimando. La evolución de la convergencia del algoritmo de estimación bayesiana se puede observar en el apéndice B.

Al comparar las distribuciones *prior* y *posterior*, podemos tener una idea de cuánta información aportan los datos sobre los parámetros estructurales de los modelos. Esto es, para aquellos parámetros donde la distribución *prior* se encuentra cercana a la distribución *posterior*, los datos son más informativos que aquellas distribuciones de parámetros donde esto no ocurre. Con lo anterior, podemos observar que en la mayoría de los casos esto se cumple sin importar si el modelo tiene o no intermediarios.

En general, el resto de los parámetros estructurales de ambos modelos presentan valores equivalentes en las distribuciones *prior* y *posterior*, hecho que hace pensar que los datos utilizados fueron informativos en el ejercicio de estimación Bayesiana.

CUADRO A2

Distribuciones *prior* y *posterior* de los parámetros estructurales del modelo DSGE

Parámetros	Media <i>prior</i>	Media <i>posterior</i>	Intervalo de confianza		Dist. <i>prior</i>	Desv.est. <i>prior</i>
σ	2,00	3,04	2,78	3,30	gamma	0,50
H	0,30	0,31	0,27	0,34	beta	0,05
ρ_L	1,00	0,89	0,74	1,03	gamma	0,20
ρ_G	0,80	0,46	0,39	0,53	beta	0,10
ρ_s	0,95	0,99	0,98	1,00	beta	0,05
ρ_A	0,95	0,98	0,96	1,00	beta	0,05
ρ_r^*	0,80	0,87	0,84	0,90	beta	0,10
ρ_y^*	0,80	0,56	0,49	0,62	beta	0,10
ρ_{oil}	0,80	0,68	0,61	0,76	beta	0,10
ρ_p	0,95	0,92	0,87	0,97	beta	0,05
ρ_{PCU}	0,80	0,87	0,81	0,94	beta	0,10
$index$	0,50	0,60	0,52	0,67	beta	0,15
X_i	0,75	0,73	0,70	0,76	beta	0,05
$index_w$	0,50	0,87	0,80	0,92	beta	0,15
$x_{i,w}$	0,75	0,78	0,71	0,84	beta	0,05
β_1	1,00	0,28	0,02	0,52	gamma	0,80
β_2	0,10	0,22	0,17	0,27	beta	0,10
ρ_R	0,70	0,88	0,85	0,92	beta	0,20
ρ_π	2,00	1,52	1,41	1,63	beta	0,30
ρ_y	0,50	0,70	0,59	0,83	beta	0,20
ρ_{e1}	0,30	0,21	0,15	0,27	beta	0,20
ρ_{e2}	0,30	0,11	0,00	0,21	beta	0,20
ρ_e	0,60	0,10	0,04	0,16	beta	0,20
λ_c	0,70	0,71	0,67	0,75	beta	0,05
PMg_M	0,50	0,58	0,45	0,71	beta	0,30
PMg_L	0,50	0,11	0,07	0,15	beta	0,30
PMg_K	0,50	0,00	0,00	0,01	beta	0,30

Fuente: Elaboración propia a base de revisión de literatura.



Discusión de los priors, modelo DSGE

Los *priors* fueron tomados de diferentes estudios que estiman modelos DSGE para diversas economías. Por ejemplo, la rigidez de precios y salarios (ξ_i y $\xi_{i,w}$), en promedio se supuso para cuatro trimestres ($=1/(1-0,75)$), *prior* que es relativamente estándar en muchos modelos DSGE de corte keynesiano para economías pequeñas y abiertas (por ejemplo, Adolfson et al., 2008, y Lubik y Schorfheide, 2007) y que también son congruentes con la lenta respuesta de los precios a los *shocks* monetarios que se encuentra en estimaciones de modelos VAR para la economía chilena (Valdés, 1997; Landerretche et al., 1999; García, 2001; Mies et al., 2002; Bravo y García, 2002).

Un coeficiente sigma de 2, es un valor estándar en la literatura^a. La elasticidad de la oferta de trabajo a los salarios reales ($1/\rho_L$) es uno de los parámetros difíciles para establecer un *prior* en diferentes países (por ejemplo, Smets y Wouter 2003) puesto que las elasticidades necesarias para generar las fluctuaciones de las horas trabajadas en el ciclo económico son más altas que las estimadas para fines microeconómicos (Chetty et al., 2011). Por esta razón se supuso igual a uno siguiendo a Adolfson et al. (2008), quienes desarrollan un modelo similar al nuestro pero para Suecia. Por otro lado, en la revisión de la literatura que hacen Chetty et al. (2011) para el *American Economic Review Papers & Proceedings*, ellos sugieren usar una elasticidad de 0,75 para modelos con agentes representativos, resultado muy similar a nuestra estimación final de 0,89.

El coeficiente de hábito se supuso de 0,3, valor por debajo de lo que se supone para economías desarrolladas relativamente más cerradas; por ejemplo, Smets y Wouters (2007) suponen 0,7. Decidimos tener un *prior* más bajo en el consumo privado porque las economías pequeñas y abiertas muestran niveles de volatilidad más altos que las más grandes y cerradas, como son EE.UU. y Europa.

El porcentaje de los agentes optimizadores (λ_c) se supuso en 70%. Este es un valor más alto que el considerado para este tipo de agentes que en los estudios de consumo agregado (Mankiw, 2000; Galí et al., 2007). Nuestro *prior* está basado en el trabajo de García y González (2010), por el parecido entre ambos modelos. Ellos encuentran porcentajes relativamente altos de agentes optimizadores en varias economías pequeñas y abiertas^c. Una explicación del resultado encontrado por García y González (2010), es que ellos suponen que las familias pueden financiarse con un premio bajo en el exterior, por tanto las familias consiguen suavizar el consumo privado de mejor manera en economía abierta que en economía cerrada (Correia et al., 1995). Todo esto reduce la posibilidad de agentes restringidos. Por otro lado, la mayor volatilidad del consumo privado en nuestro caso, como en el modelo de García y González (2010), se obtiene con una sustancial reducción del hábito.

Sobre los coeficientes para la política monetaria, se tiene que estos son estándares en la literatura de estimación de modelos DSGE (Smets y Wouters, 2007). En general se supone un inercia de la tasa de interés (ρ_R) de 0,7, una respuesta de la tasa interés a la inflación (ρ_{π}) superior a 2 y una respuesta de la tasa de interés al PIB (ρ_y) en torno a 0,5. En los estudios de DSGE aplicados a Chile se usan valores similares (García y Restrepo, 2007; Medina y Soto, 2006, 2007; Caputo et al., 2007; Céspedes et al., 2010; García et al., 2011). En relación con la respuesta de la política monetaria al tipo de cambio (su nivel y cambio, ρ_{e1} y ρ_{e2} , respectivamente) se usaron parámetros con valores bajos (de 0,3), indicando que el Banco Central de Chile ha seguido una política de tipo de cambio flexible con intervenciones muy moderadas^c. Este supuesto es el mismo utilizado por García y González (2010) y también por Caputo et al. (2007) para estimaciones de modelos DSGE en Chile, donde se analiza la relevancia de introducir el tipo de cambio en la regla de política monetaria.

a. Ver Agénor y Montiel (1996), tabla 10.1, pág. 353.

b. Australia, Chile, Perú, Nueva Zelanda y Colombia.

c. Por el contrario, el *prior* para estos parámetros en el caso de tipo de cambio fijo sería, por ejemplo, de 106 (Adolfson et al., 2008).

Un parámetro importante para entender la transmisión monetaria es la elasticidad de la demanda por exportaciones al tipo de cambio real (β_1) y su inercia (β_2). Se supuso un valor alto para el primer parámetro (igual a 1) y bajo para el segundo (igual a 0,1) sobre la base de los resultados encontrados en García y González (2010).

Los parámetros relacionados con la persistencia de los *shocks* (gasto del gobierno, tasa externa, PIB externo, precio del petróleo, precio del cobre e inflación externa, ρ_G , ρ_{Rstart} , ρ_{Ystart} , ρ_{Oil} , ρ_{PCU} y ρ_P , respectivamente) fueron calculados de los datos o fueron supuestos (ρ_{A_t} correspondiente al *shock* tecnológico) todos mayores o iguales a 0,8. Esto último porque en el ciclo económico las variables muestran una alta persistencia no solo en Chile (Restrepo y Soto, 2006), sino en la mayoría de los países (King y Rebelo, 2000).

En relación con los parámetros que miden la inercia de las demandas de insumo, trabajo y capital (PMg_M , PMg_L y PMg_K , respectivamente) no se dispuso de información a priori. Por esa razón, se decidió tomar *priors* iguales a 0,5, restringiendo las estimaciones a valores entre cero y uno.

Consistencia de los impulsos respuesta del modelo DSGE

En el gráfico A2, podemos observar la respuesta del modelo DSGE ante un *shock* monetario. De manera similar al modelo nekeynesiano reducido, un *shock* monetario positivo hace caer las variables reales y el tipo de cambio y así cae la inflación. Este resultado se encuentra nuevamente en línea con las predicciones que hacen Galí (2008) y Woodford (2003) para modelos keynesianos estándares.

Gráfico A2

Shock monetario en el modelo DSGE

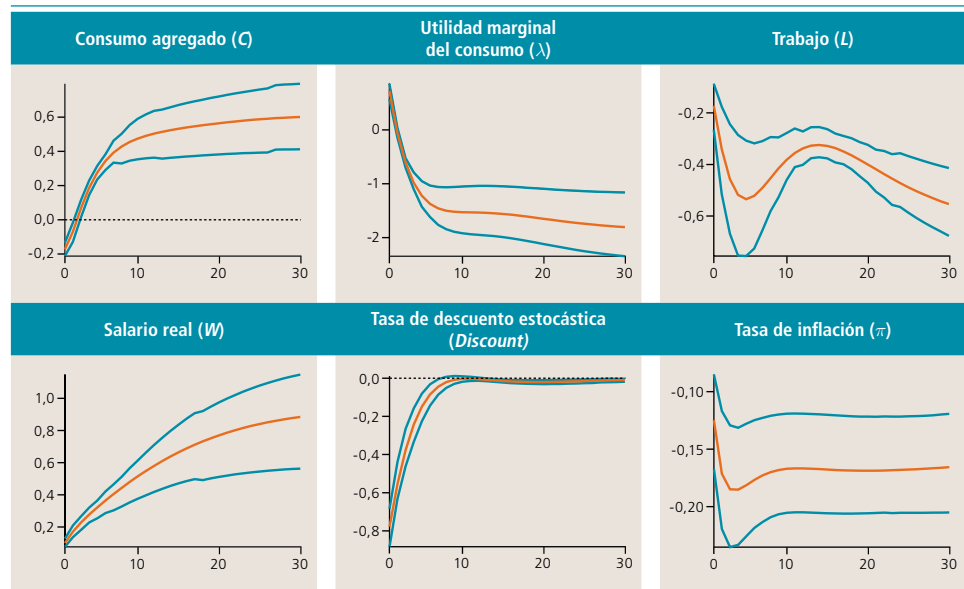




Gráfico A2 (continuación)

Shock monetario en el modelo DSGE

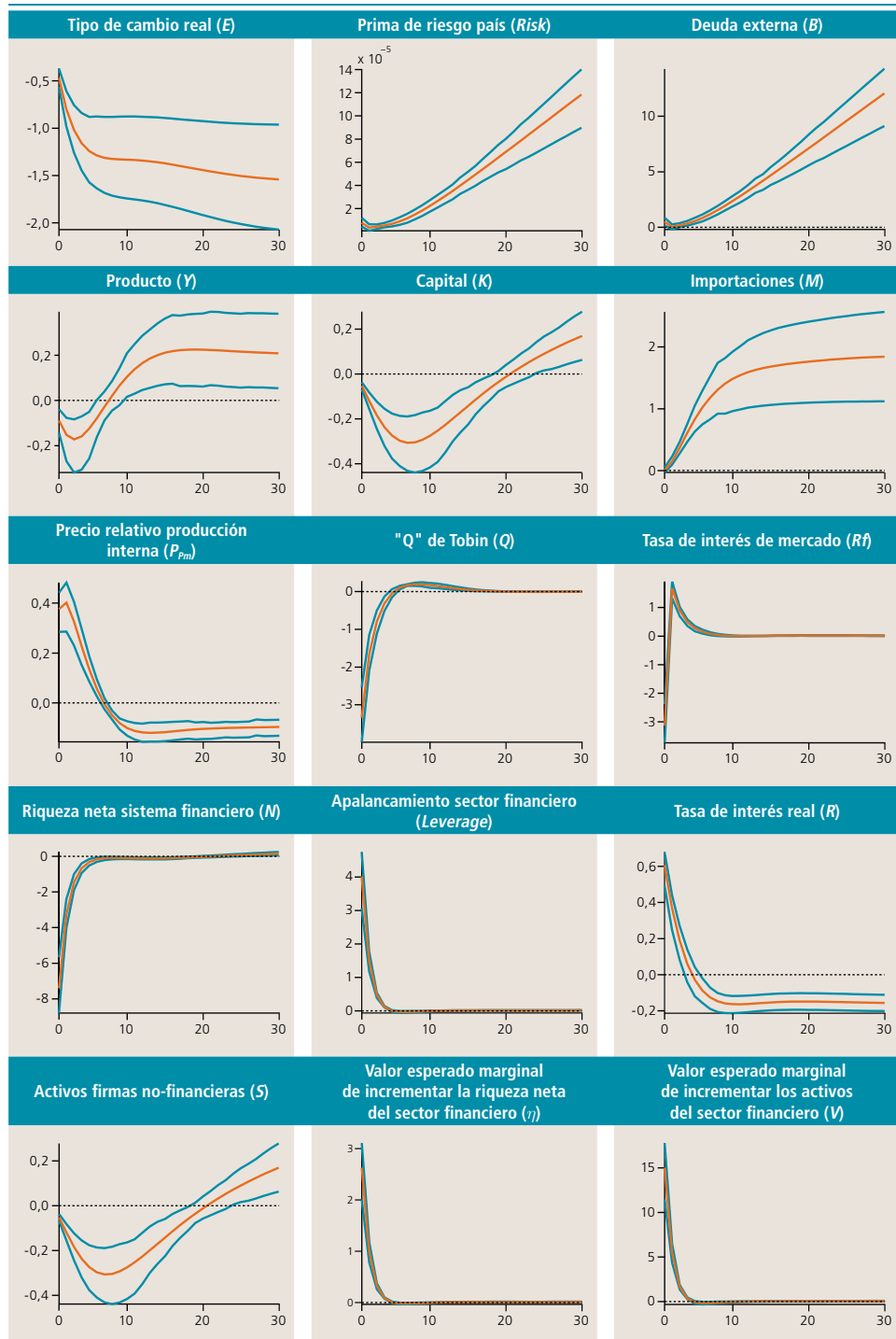
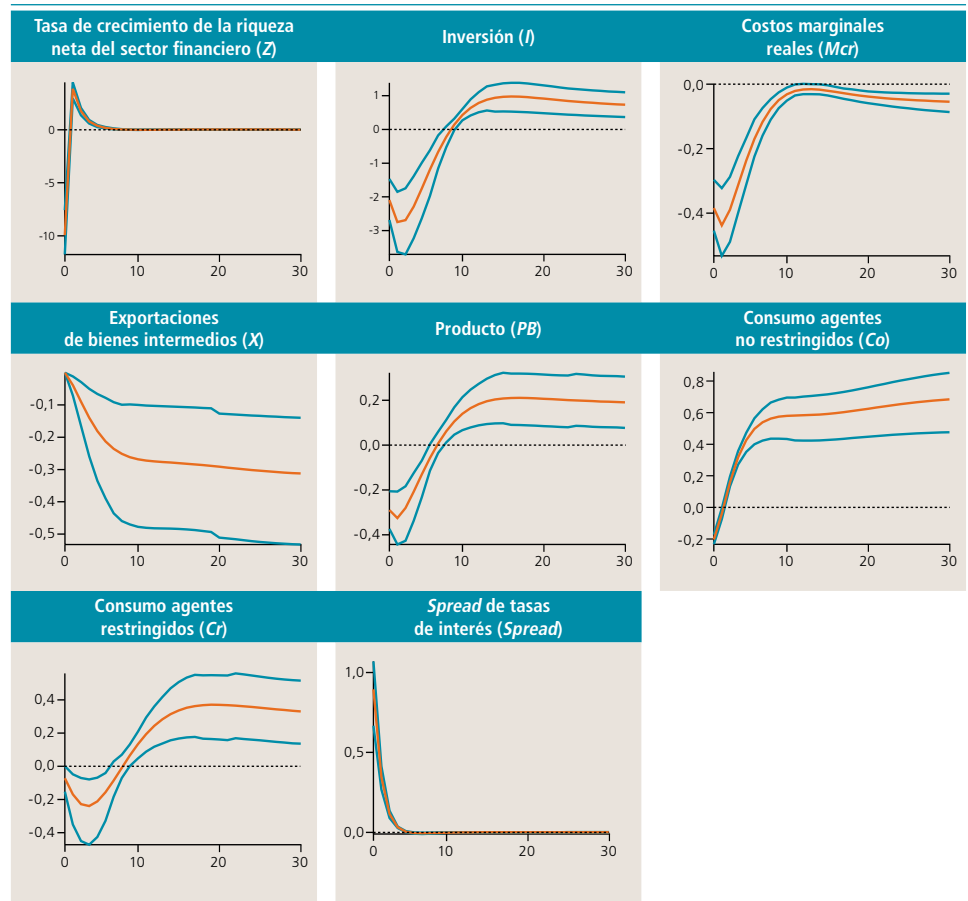


Gráfico A2 (continuación)

Shock monetario en el modelo DSGE



Fuente: Elaboración propia sobre la base de resultados obtenidos por los autores.

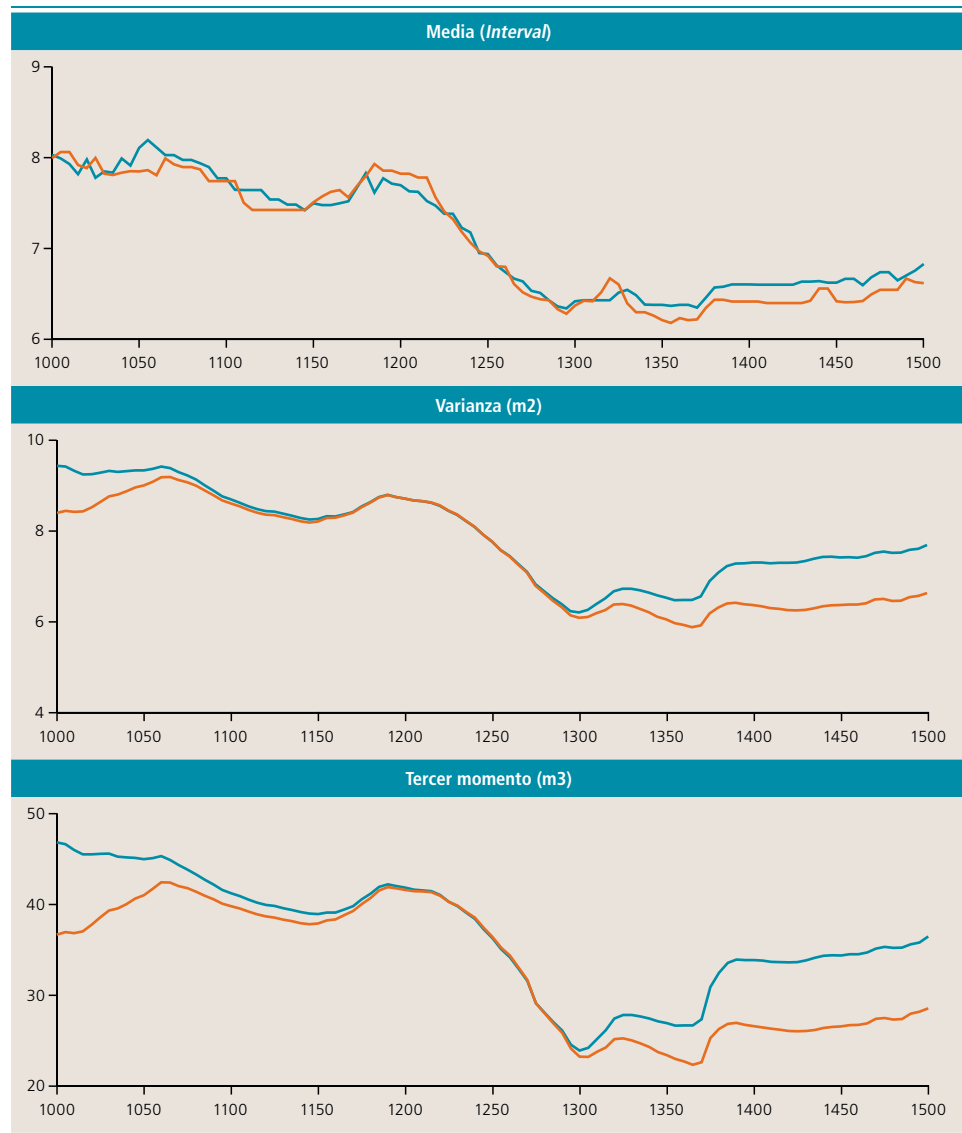


APÉNDICE B

GRÁFICOS DE CONVERGENCIA DEL ALGORITMO DE ESTIMACIÓN BAYESIANA

Gráfico B1

Convergencia del algoritmo de estimación bayesiana del modelo estructural reducido



Fuente: Elaboración propia a base de resultados obtenidos por los autores.

Gráfico B2

Convergencia del algoritmo de estimación bayesiana del DSGE con intermediación financiera



Fuente: Elaboración propia a base de resultados obtenidos por los autores.



APÉNDICE C

RESUMEN DE LOS EJERCICIOS DE PROYECCIÓN

Cuadro C1

Proyección de variables macroeconómicas

Período (h)	Modelo con intermediarios				Modelo con intermediarios (PD)				Modelo estructural reducido			
	π	ygap	zgap	rs	π	ygap	zgap	rs	π	ygap	zgap	rs
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,56	2,48	0,95	0,64	0,56	2,77	1,03	0,63	1,00	6,41	0,87	1,03
2	1,33	2,26	1,45	1,26	1,39	2,42	1,66	1,42	1,94	6,18	1,64	2,32
3	2,33	2,80	1,60	2,02	2,50	2,18	1,89	2,29	2,97	8,25	2,18	3,39
4	3,32	2,06	1,96	2,74	3,66	1,94	2,08	3,12	3,85	9,77	2,24	4,54
5	4,11	2,93	2,26	3,46	4,76	3,18	2,51	4,24	4,55	10,18	2,38	5,02
6	4,59	2,27	2,46	3,89	5,35	2,57	3,35	4,71	4,82	8,79	2,16	5,25
7	5,01	3,16	3,44	4,16	5,87	3,28	4,25	5,05	5,25	6,53	1,95	5,32
8	5,03	2,75	4,54	4,23	5,88	2,99	5,20	4,97	5,02	6,71	1,80	5,36

Período (h)	BVAR				AR(1)				Camino aleatorio			
	π	ygap	zgap	rs	π	ygap	zgap	rs	π	ygap	zgap	rs
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,85	2,01	0,83	1,02	1,79	2,43	0,83	0,92	0,69	3,28	0,80	0,56
2	1,89	2,31	1,20	1,97	2,14	2,53	0,78	1,31	1,54	3,12	1,15	1,31
3	3,19	2,28	1,50	2,97	2,61	2,53	0,74	1,74	2,53	3,80	1,43	1,87
4	4,46	2,58	1,53	3,59	3,21	2,35	0,76	2,09	3,46	2,02	1,54	2,39
5	5,64	2,83	1,43	4,17	3,72	2,51	0,76	2,42	4,44	4,03	1,61	2,86
6	6,35	2,67	1,47	4,60	4,01	2,51	0,78	2,54	4,97	3,73	1,51	2,93
7	6,54	2,80	1,50	3,82	4,24	2,33	0,82	2,69	5,30	4,70	1,35	3,01
8	6,47	2,53	1,71	3,31	4,29	2,31	0,88	2,85	5,39	3,08	1,46	3,11

Fuente: Elaboración propia a base de resultados obtenidos por los autores.

APÉNDICE D

MODELO DSGE COMPLETO

El modelo aquí presentado es un DSGE con rigideces nominales y fricciones financieras para una economía pequeña y abierta, desarrollado inicialmente por Gertler y Karadi (2009) para una economía cerrada, así se incluyen intermediarios financieros que transfieren recursos entre las familias y las firmas no financieras. Se incluyen además consumidores restringidos como en Galí et al. (2004), inversión con costos de ajuste, hábito en el consumo y precio del petróleo. El DSGE está en la línea propuesta por Christiano et al. (2005), y por Smets y Wouters (2003, 2007).

1. Las familias

Hay un continuo de familias de tamaño unitario, indexadas por $i \in [0, 1]$. En el modelo existen dos tipos de familias: i) las familias no restringidas o ricardianas, que tienen acceso al mercado de capitales y ii) las familias restringidas, cuyos ingresos dependen únicamente de su salario laboral. El primer grupo de familias, además de consumir y trabajar, puede transferir fondos a los intermediarios financieros. La proporción de familias restringidas en la economía es $1 - \lambda_c$.

Las preferencias de las familias están dadas por (C1) donde $C_t^o(i)$ es el consumo y $L_t^o(i)$ es la oferta laboral de la familia:

$$\max E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{(C_t^o(i) - hC_{t-1}^o(i))^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_t^o(i)^{1+\rho_L}}{1+\rho_L} \right) \quad (C1)$$

con $\sigma > 0$ el coeficiente de aversión al riesgo y ρ_L la desutilidad de trabajar, el inverso de este parámetro es la elasticidad de las horas trabajadas al salario real. Como en Christiano et al. (2005), y en Smets y Wouters (2007), se introduce la formación de hábito para capturar la dinámica del consumo.

Tanto los depósitos de los intermediarios como la deuda del gobierno son bonos reales de un período que pagan el retorno nominal R_t de t a $t+1$. B_t es la cantidad total de deuda de corto plazo que las familias adquieren, $W_t(i)$ es el salario real, $D_t^o(i)$ son dividendos, $\Phi[(B_{t+1}^*/PIB_t)]$ es la prima por riesgo país, S_t es el tipo de cambio nominal, $B_t^{o*}(i)$ son activos internacionales netos, R_t^* es la tasa de interés nominal externa, y T_t son impuestos de suma alzada. Luego, la restricción presupuestaria de las familias no restringidas está dada por:

$$P_t C_t^o(i) \leq W_t(i) L_t^o(i) + B_t^o(i) - S_t B_t^{o*}(i) + D_t^o(i) - P_t T_t - R_t^{-1} B_{t+1}^o(i) + S_t \left(\Phi \left(\frac{B_{t+1}^*}{PIB_t} \right) R_t^* \right)^{-1} B_{t+1}^{o*}(i) \quad (C2)$$



Las familias restringidas están sujetas a la siguiente restricción presupuestaria:

$$P_t C_t^R(i) = W_t(i) L_t^R(i) \quad (C3)$$

2. Intermediarios financieros

Los intermediarios financieros prestan fondos obtenidos de las familias a las firmas no financieras. Sea N_{jt} la cantidad de riqueza neta que un intermediario j tiene al final del período t ; B_{jt} es el depósito que el intermediario obtiene de las familias, S_{jt} es la cantidad de derechos financieros sobre firmas no financieras que los intermediarios mantienen y Q_t es el precio relativo de esos derechos. La hoja de balance de los intermediarios está dada por

$$(Q_t S_{jt} = N_{jt} + B_{jt}) \quad (C4)$$

Los depósitos de las familias con los intermediarios en el período t pagan un retorno real no contingente R_{t+1} en $t+1$. Así, B_{jt} puede ser pensado como la deuda del intermediario, y N_{jt} como su capital. Los activos de los intermediarios ganan un retorno estocástico R_{kt+1} sobre este período. Tanto R_{kt+1} como R_{t+1} estarán determinados endógenamente. Luego, a través del tiempo, el capital del intermediario se determina como la diferencia entre las ganancias sobre los activos y el pago de intereses sobre los préstamos:

$$\begin{aligned} N_{jt+1} &= R_{kt+1} Q_t S_{jt} - R_{t+1} B_{jt} \\ N_{jt+1} &= (R_{kt+1} - R_{t+1}) Q_t S_{jt} + R_{t+1} N_{jt} \end{aligned} \quad (C5)$$

donde $\beta \Lambda_{t,t+1}$ es la tasa de descuento estocástico que el intermediario en t aplica sobre las ganancias en $t+1$. Dado que el intermediario no financiará activos con un retorno descontado menor que el costo de prestar, el intermediario operará si y solo si se cumple la siguiente desigualdad:

$$E_t \beta \Lambda_{t,t+1+i} (R_{kt+1+i} - R_{t+1+i}) \geq 0 \quad \forall i \geq 0 \quad (C6)$$

Con mercado perfecto de capitales, esta relación siempre se cumple con igualdad y la prima ajustada por riesgo es cero. Sin embargo, con mercados de capitales imperfectos la prima debe ser positiva debido a los límites de la capacidad del intermediario para obtener fondos, y por ende la existencia de restricciones en el crédito privado. Así, el objetivo del intermediario financiero es maximizar su riqueza esperada, dada por:

$$\begin{aligned} V_{jt} &= \max E_t \sum_{i=0}^{\infty} (1-\theta) \theta^i \beta^i \Lambda_{t,t+1+i} (N_{jt+1+i}) \\ V_{jt} &= \max E_t \sum_{i=0}^{\infty} (1-\theta) \theta^i \beta^i \Lambda_{t,t+1+i} [(R_{kt+1+i} - R_{t+1+i}) Q_{t+i} S_{jt+i} + R_{t+1+i} N_{jt+i}] \end{aligned} \quad (C7)$$

En la medida en que la prima ajustada por riesgo descontada en cualquier período $\beta_i \Lambda_{t,t+i} [(R_{kt+1+i} - R_{t+1+i})]$, sea positiva, el intermediario querrá expandir sus activos indefinidamente para igualar esta expresión a cero. Sin embargo, si queremos introducir imperfecciones en el mercado de capitales, debemos evitar que esto ocurra. Gertler y Karadi (2009) consiguen esto introduciendo riesgo moral al problema: al comienzo de cada período el intermediario puede escoger desviar una fracción λ de los fondos disponibles y transferirlos de vuelta a las familias, de las cuales él es miembro. En ese caso, los depositantes pueden recuperar solo la fracción restante $(1 - \lambda)$ de los activos. Por consiguiente, para que los prestamistas estén dispuestos a entregar fondos a los intermediarios, se debe satisfacer la siguiente restricción de incentivos:

$$V_{jt} \geq \lambda Q_t S_{jt} \tag{C8}$$

El lado derecho es lo que el intermediario perdería al desviar una parte de los activos. El lado izquierdo es la ganancia de hacerlo. En resumen, el problema del intermediario financiero es maximizar su riqueza esperada sujeto a la restricción de incentivos:

$$V_{jt} = \max E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} (1-\theta)^i \beta^i \nu_{t,t+i} N_{j,t+1+i} \right] \tag{C9}$$

s.t $V_{jt} \geq \lambda Q_t S_{jt}$

El término V_{jt} se puede expresar de la siguiente forma:

$$V_{jt} = \nu_t Q_t S_{jt} + \eta_t N_{jt} \tag{C10}$$

donde:

$$\nu_t = E_t \left[(1-\theta) \beta \Lambda_{t,t+1} (R_{k,t+1} - R_{t+1}) + \beta \Lambda_{t,t+1} \theta \frac{Q_{t+1} S_{j,t+1}}{Q_t S_{jt}} \nu_{t+1} \right] \tag{C11}$$

$$\eta_t = E_t \left[(1-\theta) \beta \Lambda_{t,t+1} R_{t+1} + \beta \Lambda_{t,t+1} \theta \frac{N_{j,t+1}}{N_{jt}} \eta_{t+1} \right] \tag{C12}$$

Ahora, la restricción de incentivos se puede formular como:

$$\nu_t Q_t S_{jt} + \eta_t N_{jt} \geq \lambda Q_t S_{jt} \tag{C13}$$

Si la restricción es restrictiva en el equilibrio, la demanda por activos está determinada por el patrimonio neto:

$$Q_t S_{jt} = \frac{\eta_t}{\lambda - \nu_t} N_{jt} \equiv \phi_t N_{jt} \tag{C14}$$



Puesto que la evolución del patrimonio neto de los intermediarios financieros está dada por:

$$N_{j,t+1} = [(R_{k,t+1} - R_{t+1})\phi_t + R_{t+1}]N_{jt} \quad (C15)$$

y dado que ϕ_t no depende de j , podemos determinar la demanda por activos de los intermediarios sumando las demandas individuales para obtener:

$$Q_t S_{pt} = \phi_t N_t \quad (C16)$$

donde S_{pt} muestra la cantidad agregada de activos de los intermediarios y N_t muestra la cantidad agregada de capital. La ecuación (C16) es clave dentro del modelo e indica que la disponibilidad total de crédito privado es la riqueza de los intermediarios multiplicada por un factor ϕ que indica el grado de apalancamiento de los intermediarios, el cual a su vez es una variable que se determina a través de las expectativas futuras de la economía.

Para calcular la ley de movimiento del patrimonio se necesitan pasos y supuestos adicionales; N_t puede dividirse en dos partes: el patrimonio neto de los intermediarios existentes N_{et} y el patrimonio neto de los nuevos intermediarios entrantes N_{nt} :

$$N_t = N_{et} + N_{nt} \quad (C17)$$

El término N_{et} está dado por:

$$N_{et} = \theta[(R_{kt} - R_t)\phi_t + R_t]N_{t-1} \quad (C18)$$

Por simplicidad, suponemos que la probabilidad de que un intermediario salga del mercado es i.i.d., así el total de activos de los intermediarios existentes en t al final del período está dado por $(1-\theta) Q_t S_{t-1}$. Adicionalmente, se supone que en cada período las familias transfieren la fracción $\xi(1-\theta)$ de este valor a los intermediarios entrantes. Por lo tanto, en el agregado,

$$N_{nt} = \xi Q_t S_{t-1} \quad (C19)$$

Con la expresión anterior podemos construir la ley de movimiento de N_t :

$$N_t = \theta[(R_{kt} - R_t)\phi_t + R_t]N_{t-1} + \xi Q_t S_{t-1} \quad (C20)$$

3. Firmas de bienes intermedios

Las firmas de bienes intermedios utilizan capital K_t , trabajo L_t y bienes importados M_t para producir bienes intermedios Y_t . Al final del período t , las firmas productoras de bienes intermedios compran capital K_{t+1} para utilizarlo en la producción del período siguiente. Después de la producción, las firmas tienen la opción de vender el capital. Para adquirir los recursos para comprar el capital, la firma entrega S_t derechos iguales al número de unidades de capital adquiridas K_{t+1} y precios de cada derecho al precio de unidad del capital Q_t . Esto es, $Q_t K_{t+1}$ es el valor del capital adquirido y $Q_t S_t$ es el valor de los derechos contra capital. Luego, se debe satisfacer:

$$Q_t K_{t+1} = Q_t S_t \quad (C21)$$

En cada tiempo t , la firma produce Y_t , usando capital, trabajo y bienes importados. Sea A_t la productividad total de factores, y sea ξ_t la calidad del capital (tal que $\xi_t K_t$ es la cantidad de capital efectiva al tiempo t). Luego, la producción está dada por:

$$Y_t = A_t L_t^{\alpha_1} (\xi_t K_t)^{\alpha_2} M_t^{1-\alpha_1-\alpha_2} \quad (C22)$$

Sea P_{mt} el precio del bien intermedio. Dado que la firma toma su decisión al final de período t , el problema de maximización de la firma que produce bienes intermedios es:

$$\begin{aligned} \max \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t \{ \Lambda_{t,t+k} (P_{m,t+k} Y_{t+k}(j) + (1-\delta) \xi_{t+k} K_{t+k} Q_{t+k}) - R_{F,t+k} Q_{t+k} K_{t+k} \} \\ - \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t \{ \Lambda_{t,t+k} (W_{t+k} L_{t+k} + S_{t+k} M_{t+k}) \} \end{aligned} \quad (C23)$$

donde $R_{F,t+k}$ es el retorno del capital ex post.

De las condiciones de primer orden del problema que enfrenta la firma productora de bienes intermedios más el supuesto de que hay inercia en que se cumplan estas condiciones, se tiene:

$$L_{t+1} = \left(\alpha_2 \frac{Y_{t+1}}{W_{t+1}} \frac{1}{P_{m,t+1}} \right)^{\Omega_L} (L_t)^{1-\Omega_L} \quad (C24)$$

$$M_{t+1} = \left((1-\alpha_1-\alpha_2) \frac{Y_{t+1}}{S_{t+1}} \frac{1}{P_{m,t+1}} \right)^{\Omega_M} (M_t)^{1-\Omega_M} \quad (C25)$$

$$R_{F,t+1} = \left(\frac{Q_{t+1}(1-\delta)\varepsilon_{t+1} + \alpha_1 P_{m,t+1} \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}}}{Q_t} \right)^{\Omega_{R,F}} (R_{F,t+1})^{1-\Omega_{R,F}} \quad (C26)$$



4. Firms productoras de capital

Las firmas productoras de capital compran capital a las firmas productoras de bienes intermedios, reparan el capital depreciado, y construyen nuevo capital con el capital reparado. Sea I_t el capital bruto creado. Luego, el problema de maximización de las firmas productoras de capital es:

$$\max \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} E_t \left\{ \Lambda_{t,\tau} \left[(Q_{\tau} - 1) I_{\tau} - f \left(\frac{I_{\tau}}{I_{\tau-1}} \right) I_{\tau} \right] \right\} \quad (C27)$$

donde $f(1) = f'(1) = 0$ y $f''(1) > 0$. La condición de primer orden para la inversión entrega la siguiente expresión de la Q de Tobin para la inversión neta:

$$Q_t = 1 + f \left(\frac{I_{t-1}}{I_t} \right) + \frac{I_t}{I_{t-1}} f' \left(\frac{I_{t-1}}{I_t} \right) - \beta E_t \Lambda_{t,t+1} \left(\frac{I_{t-1}}{I_t} \right)^2 f' \left(\frac{I_{t-1}}{I_t} \right) \quad (C28)$$

donde $K_{t+1} = (1 - \delta) \varepsilon_t K_t + I_t$.

5. Firms de retail

El producto final Y_t es un agregador CES de un continuo de masa unitaria de firmas de *retail* diferenciadas, que utiliza producto intermedio como único insumo. El producto final está dado por

$$Y_t = \left[\int_0^1 Y_{jt}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} df \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (C29)$$

donde Y_{jt} es el producto del *retailer* $j \in [0, 1]$. La minimización de costos de las familias implica la siguiente función de demanda:

$$Y_{jt} = \left(\frac{P_{jt}}{P_t} \right)^{-\varepsilon} Y_t \quad (C30)$$

$$P_t = \left[\int_0^1 P_{jt}^{\frac{1}{1-\varepsilon}} dj \right]^{1-\varepsilon} \quad (C31)$$

Como en Christiano et al. (2005), las firmas de *retail* enfrentan precios à la Calvo e indexación parcial. Luego, el problema de maximización para una firma de *retail* j está dado por:

$$\begin{aligned} \max \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ \beta^{t+k} \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k}(j) (P_t^*(j) \prod_{l=1}^k (\pi_{t+l-1}^k)^{\delta_D} - MC_{t+k}) \right\} \\ \text{s.a. } Y_{t+k}(j) \leq \left(\frac{P_t^*(j)}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon_D} Y_{t+k} \end{aligned} \quad (C32)$$

donde

$$MC_{t+k} = P m_{t+k}^{\lambda} (S_{t+k} Oil_{t+k})^{1-\lambda} \quad (C33)$$

Con lo anterior, las firmas productoras de bienes intermedios deben asumir el costo de transporte medido por el precio del petróleo Oil_t .

En particular, en cada período una firma está dispuesta a ajustar sus precios con probabilidad $1 - \theta$. Entre períodos, la firma está dispuesta a indexar parcialmente su precio a la tasa de inflación pasada con probabilidad $0 \leq d_D \leq 1$. El nivel de precios evoluciona de acuerdo a

$$P_t = \left[(1-\theta) (P_t^*)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} + \theta (\pi_{t-1}^{\delta_D} P_{t-1})^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \right]^{1-\varepsilon} \quad (C34)$$

6. Restricción de recursos y gasto de gobierno

El gasto de gobierno sigue un proceso $AR(1)$, financiándose con impuestos de suma alzada y deuda pública (doméstica y externa). La restricción presupuestaria del sector fiscal es:

$$P_t T_t + R_t^{-1} B_{t+1} + S_t \left(\frac{B_{t+1}^*}{PIB_t} \right) R_t^* \geq S_t B_t^{G^*} + B_t + P_t G_t \quad (C35)$$

donde $B_t^{G^*}$ son bonos de gobierno. La política monetaria sigue una regla de Taylor que responde ante cambios en el producto, la inflación y el tipo de cambio. Además, se introduce inercia en la respuesta monetaria, con el parámetro Ω_R , lo cual permite reflejar el grado de persistencia existente. La regla de Taylor es la siguiente:

$$R_t^* = \bar{R} \left(\frac{\Pi_{t+1}}{\Pi} \right)^{\phi_\pi} \left(\frac{PIB_t}{PIB} \right)^{\phi_y} \left(\frac{E_t}{\bar{E}} \right)^{\phi_e^1} \left(\frac{E_t}{E_{t-1}} \right)^{\phi_e^2} e^{u_t^R} \quad (C36)$$

$$R_t = (R_{t-1})^{\Omega_R} (R_t^*)^{1-\Omega_R} \quad (C37)$$



donde \bar{R} es la tasa natural, Π_t es la inflación total, $\bar{\Pi}$ es el objetivo inflacionario, \overline{PIB} es el PIB potencial, E_t es el tipo de cambio real, \bar{E} es el tipo de cambio real de equilibrio y u_t^R es un *shock* monetario.

7. Sector externo

En el modelo, se supone que las exportaciones X_t dependen del tipo de cambio real E_t , de la actividad económica internacional PIB_t y presenta cierto grado de inercia Ω . Luego,

$$X_t = (E_t)^{-\eta^*} PIB_t^* \quad (C38)$$

$$X_t = (X_{t-1})^\Omega (X_t)^{1-\Omega} \quad (C39)$$

Además, como en Schmitt-Grohé y Uribe (2003), para cerrar el modelo se supone que el riesgo país depende de la deuda externa de la siguiente forma:

$$S_t \left(\Phi \left(\frac{B_{t+1}^*}{PIB_t} \right) R_t^* \right)^{-1} \quad (C40)$$

8. Equilibrio

Para obtener el consumo agregado de la economía, se agregan de manera ponderada los consumos que realizan las familias restringidas y no restringidas:

$$C_t = (1 - \lambda_c) C_t^R + (\lambda_c) C_t^O = \int_0^{\lambda_c} C_t^O(i) di + \int_{1-\lambda_c}^1 C_t^R(i) di \quad (C41)$$

En el caso de los intermediarios financieros, sus fondos provienen únicamente de aquellas familias que tienen acceso al mercado financiero, es decir

$$B_t = \lambda_c (B_t^O) \quad (C42)$$

La deuda total de la economía considera la deuda de las familias no restringidas y la deuda de gobierno:

$$B_t^* = B_t^{G^*} + \lambda_c B_t^{O^*} \quad (C43)$$

El trabajo agregado en la economía es un ponderado del trabajo realizado por las familias restringidas y no restringidas:

$$L_t = (1 - \lambda_c) L_t^R + \lambda_c L_t^O \quad (C44)$$

El equilibrio del mercado de bienes intermedios está caracterizado por la siguiente expresión del gasto:

$$P_{m,t}Y_t = P_t C_t + P_t I_t + P_t G_t + P_t X_t \quad (C45)$$

Por último, una vez agregadas cada una de las restricciones de las familias y las firmas, se obtiene la restricción total de la economía:

$$P_t C_t + P_t I_t \left(1 + f \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right) + P_t G_t \leq P_{m,t} Y_t - S_t M_t + S_t \left(\Phi \left(\frac{B_{t+1}^*}{Y_t} \right) R_t^* \right)^{-1} B_{t+1}^* - S_t B_t^* + (S_t P_t^{cu} \overline{CU}) \quad (C46)$$

donde $(S_t P_t^{cu} \overline{CU})$ son los ingresos provenientes del cobre (en el caso chileno).

APÉNDICE E

SECTOR EXTERNO, DEFINICIONES Y *SHOCKS* DEL MODELO KEYNESIANO REDUCIDO

Demanda agregada

$$ygap_t^* = \beta_1^* \cdot ygap_{t-1}^* + \beta_2^* \cdot ygap_{t+1}^* - \beta_3^* \cdot rrgap_{t-1}^* + \varepsilon_t^{ygap^*} \quad (E1)$$

donde $ygap_t^*$ denota la brecha del producto extranjera, $rrgap_t^*$ es la brecha entre la tasa de interés real extranjera y su valor de equilibrio, y $\varepsilon_t^{ygap^*}$ es el proceso estocástico del error.

Inflación

$$\pi_t^* = \delta_1^* \cdot \pi_{t+4}^{4*} + (1 - \delta_1^*) \cdot \pi_{t-1}^{4*} + \delta_2^* \cdot ygap_{t-1}^* + \varepsilon_t^{\pi^*} \quad (E2)$$

donde π_t^* es la tasa trimestral anualizada del índice de precios del consumidor extranjero, π_t^{4*} es la media móvil de la inflación trimestral anualizada, y $\varepsilon_t^{\pi^*}$ es el proceso estocástico del error.

Función de reacción de la política monetaria

$$rs_t^* = \alpha_1^* \cdot rs_{t-1}^* + (1 - \alpha_1^*) \cdot (rr_eq_t^* + \pi_t^{4*} + \alpha_2^* \cdot (\pi_{t+4}^{4*} - \pi^{T*}) + \alpha_3^* \cdot ygap_t^*) + \varepsilon_t^{rs^*} \quad (E3)$$

donde rs_t es la tasa de política de corto plazo anualizada extranjera, rr_eq_t es la tasa de interés real de equilibrio extranjera, π^{T*} es la tasa de inflación meta extranjera, y $\varepsilon_t^{rs^*}$ es el proceso estocástico del error.

CUADRO E1

Procesos estocásticos e identidades del modelo estructural reducido

Procesos estocásticos	Identidades
$\varepsilon_t^{ygap} = \rho^{ygap} \cdot \varepsilon_{t-1}^{ygap} + \xi_t^{ygap}$	$\pi_t^4 = (\pi_t + \pi_{t-1} + \pi_{t-2} + \pi_{t-3})/4$
$\varepsilon_t^{ygap^*} = \rho^{ygap^*} \cdot \varepsilon_{t-1}^{ygap^*} + \xi_t^{ygap^*}$	$\pi_t^{4*} = (\pi_t^* + \pi_{t-1}^* + \pi_{t-2}^* + \pi_{t-3}^*)/4$
$\varepsilon_t^{\pi} = \rho^{\pi} \cdot \varepsilon_{t-1}^{\pi} + \xi_t^{\pi}$	$rr_t = rs_t - \pi_{t+1}$
$\varepsilon_t^{\pi^*} = \rho^{\pi^*} \cdot \varepsilon_{t-1}^{\pi^*} + \xi_t^{\pi^*}$	$rr_t^* = rs_t^* - \pi_{t+1}^*$
$\varepsilon_t^{rs} = \rho^{rs} \cdot \varepsilon_{t-1}^{rs} + \xi_t^{rs}$	$rrgap_t = rr_t - rr_eq_t$
$\varepsilon_t^{rs^*} = \rho^{rs^*} \cdot \varepsilon_{t-1}^{rs^*} + \xi_t^{rs^*}$	$rrgap_t^* = rr_t^* - rr_eq_t^*$
$\varepsilon_t^z = \rho^z \cdot \varepsilon_{t-1}^z + \xi_t^z$	$zgap_t = z_t - z_eq_t$

Fuente: Elaboración propia a base de Berg, A., P. Karam y D. Laxton (2006b).

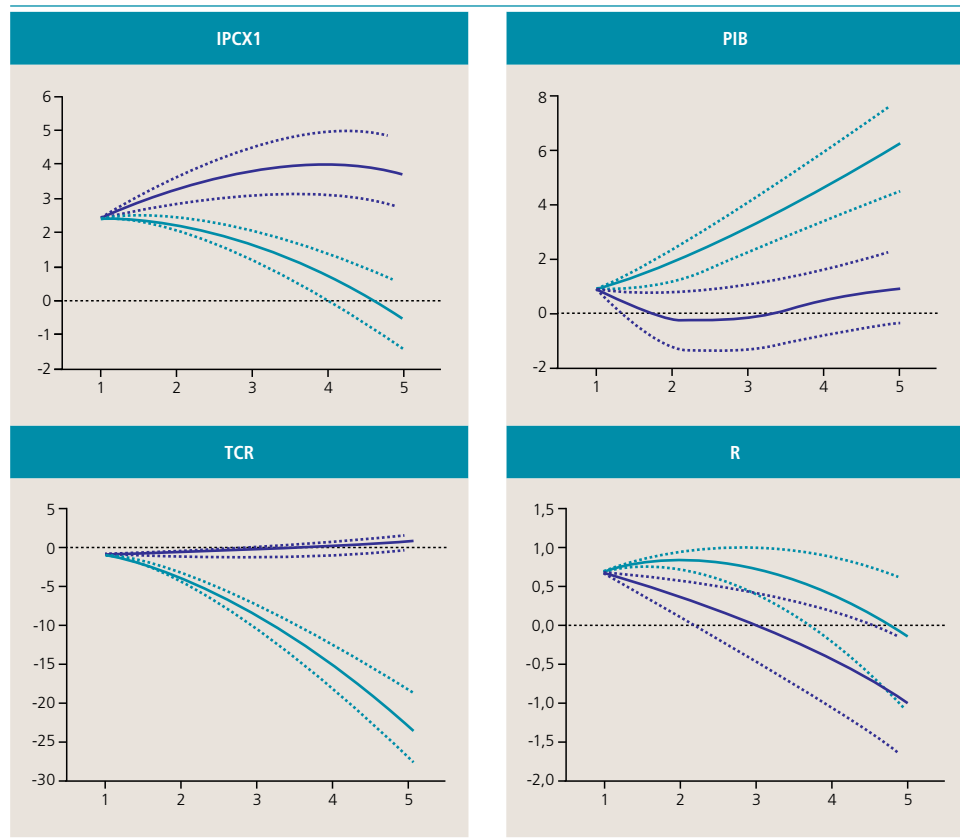
APÉNDICE F

PROYECCIONES DSGE VS BVAR: INCERTIDUMBRE ASOCIADA A LAS PROYECCIONES

En el gráfico de este apéndice presentamos las proyecciones trimestrales para las cuatro variables de interés. En este caso, se presentan los intervalos de confianza al 90% para ilustrar el grado de incertidumbre causado por la estimación de los parámetros de las proyecciones del DSGE y BVAR. En ambos casos no se consideran futuros *shocks*, sino solo la incertidumbre de parámetros; por ejemplo, en el caso del DSGE esta incertidumbre se puede observar en el cuadro A2, donde se ilustra el rango de los *posteriors*. Como sucede en todos los casos, el ancho de los intervalos es similar para ambos modelos, el DSGE es levemente más preciso para las proyecciones de inflación pero el BVAR es más preciso para las proyecciones de tipo de cambio real.

Gráfico F1

Proyecciones trimestrales con intervalos de confianza de 90%



Fuente: Elaboración propia a base de resultados obtenidos por los autores.